

MÉTODOS ESTATÍSTICOS E PROGRAMAÇÃO LINEAR NO ESTUDO DE LOTES DE AGUARDENTE

Rita Alexandra Galante Correia de Sequeira¹, Maria Manuel da Silva Nascimento²

¹Quinta de Marrocos

Régua, Portugal

²Departamento de Matemática

Universidade de Tras-os-Montes e Alto Douro

RESUMO

Este trabalho refere-se ao estudo de lotes de aguardentes vínicas para serem usadas no fabrico do Vinho do Porto. Recorreu-se aos métodos estatísticos na análise dos dados experimentais e os seus resultados forneceram informações para formular as restrições dos modelos de programação linear desses lotes dessas aguardentes, depois obtiveram-se as soluções óptimas e destacaram-se as principais conclusões.

Palavras e frases chave: Aguardentes vínicas; Métodos estatísticos; Programação Linear.

Classificação AMS: (opcional)

1. INTRODUÇÃO

Neste trabalho pretendeu-se resumir uma nova abordagem do estudo dos lotes de aguardentes apresentada num Relatório Final da Licenciatura de Enologia (Sequeira, 2001). Usaram-se os métodos estatísticos para comprovar o saber intuitivo das equipas técnicas, quer relativamente às análises físico-químicas, quer às análises sensoriais (provas organolépticas). Compilada a legislação portuguesa em vigor, analisadas as aguardentes, certificados os resultados e determinados os critérios para o estabelecimento de lotes, passou-se à construção e resolução de cinco modelos de programação linear. A solução adoptada foi a do modelo que permitiu a obtenção de um “bom” lucro final e envolveu o maior número de aguardentes reprovadas. Esta opção esteve direccionada para as políticas de gestão de vendas das aguardentes, com manifesto interesse para as Explorações Vitivinícolas, logo para a área da Enologia.

2. ANÁLISES: MATERIAL E MÉTODOS

Neste trabalho foram recolhidas aguardentes vínicas de duas proveniências (Subvidouro e Lucien Bernard) através do método utilizado pelo Instituto do Vinho do Porto. A selecção deste método baseou-se na necessidade de se obter uma amostra representativa de toda a aguardente existente em cada cuba. Esta obtenção só requer que seja retirado um litro do fundo, um litro do meio e um litro do cimo de cada cuba e, posteriormente, misturá-los. A sua mistura permitiu fazer os lotes que foram designados por “aguardente número i , com $i = 1, 2, \dots, 20$ ” de acordo com o número da cuba (i) de onde foi feita a recolha respectiva.

2.1. Análises físico-químicas

Uma vez realizada esta recolha, as determinações dos teores de Cobre e Ferro nas aguardentes foi feita por espectrofotometria de absorção atómica (Sequeira, 2001, parágrafos 2.3.1 e 2.3.2). Por outro lado, as determinações dos teores de Etanol, Acetato de etilo e dos Álcoois superiores (2-Butanol, n-Propanol, Isobutanol, Álcool alílico, n-Butanol, Álcool Isoamílico e Álcool amílico) foi feita por cromatografia em fase gasosa (Sequeira, 2001,

parágrafo 2.3.3). O grupo de elementos e de compostos analisados foi determinado pelas restrições impostas pelas normativas legais de comercialização das aguardentes, bem como para a constituição dos respectivos lotes (Sequeira, 2001, p. I-2).

Cada análise físico-química repetiu-se duas vezes para cada uma das 20 aguardentes. Este procedimento de replicação usa-se para confirmar a calibração dos aparelhos, assim como para certificar os resultados destas análises. Estas duas análises foram designadas por amostras 1 e 2. Estas amostras são provenientes da mesma aguardente, logo não puderam ser consideradas amostras independentes.

2.2. Análises sensoriais

Uma vez realizada esta recolha pelo método acima descrito, as duas amostras de aguardentes foram misturadas e transformadas numa única amostra que, posteriormente, foi diluída em água destilada (na proporção de três partes de água destilada para uma parte de aguardente) para se realizar a análise sensorial (a prova). Esta diluição foi necessária nestes testes devido ao elevado teor alcoólico (77%) que pode dissimular, isto é, não permitir uma avaliação correcta das características das aguardentes. As análises sensoriais foram executadas por três provadores experientes da Casa do Douro, de acordo com as suas regras (frieza, precisão, severidade nas sanções, mas calorosos no seu julgamento).

Os provadores apenas efectuaram uma apreciação em termos de cor e de aroma, pois são os parâmetros legais necessários para que eles possam aprovar ou reprovar as aguardentes. Os três provadores avaliaram a qualidade das aguardentes usando uma classificação global atribuída de acordo com a seguinte escala ordinal: 1–2 (Má), 3–4 (Medíocre), 5–6 (Regular), 7–8 (Bom), 9–10 (Excelente).

2.3. Resultados, testes estatísticos e discussão

ANÁLISES FÍSICO-QUÍMICAS: As duas amostras 1 e 2 eram provenientes da mesma aguardente, logo não puderam ser consideradas amostras independentes, isto é, nos testes estatísticos, tiveram que ser tratadas como amostras emparelhadas. Estas análises forneceram resultados numéricos, ou seja, o conjunto de dados é quantitativo e, neste caso, numa escala absoluta. Logo, trabalhou-se no domínio dos testes paramétricos e dos testes não paramétricos. Os testes executados foram (Sequeira, 2001, parágrafo 3.2): 1) O teste de Lillefors (para a hipótese nula da lei das diferenças ser uma lei normal de parâmetros ajustados em alternativa a não seguir essa lei); 2) O teste t de Student (para a hipótese nula da média das diferenças ser zero em alternativa a não ser nula); 3) O teste do sinal; e 4) O teste de Wilcoxon. Na Figura 1, resumiram-se os resultados dos testes não paramétricos para as análises físico-químicas.

¡Error!Marcador no definido.

Figura 1 – Resultados dos testes não paramétricos para as análises físico-químicas.

Em resumo, os resultados destes testes, para um nível de significância de 5%, permitiram concluir que (em termos estatísticos) existe igualdade nos valores obtidos para as repetições das análises físico-químicas efectuadas. Então, para a formulação matemática dos modelos de programação linear, calcularam-se os valores médios das duas réplicas.

ANÁLISES SENSORIAIS: Os três provadores avaliaram a qualidade global das aguardentes usando uma classificação de acordo com a escala ordinal já apresentada. Ou seja, com os resultados das provas trabalhou-se no domínio dos testes não paramétricos. Na sequência da realização das provas, surgiu a dúvida da dependência ou não das classificações atribuídas pelos provadores. As provas efectuadas, se bem que sujeitas a normas, não são as oficiais (por exemplo, as de um concurso oficial). A existência ou não de trocas de impressões poderia condicionar o tratamento estatístico das classificações obtidas. Assim sendo, realizaram-se testes não paramétricos (Sequeira, 2001, parágrafo 3.1), considerando as classificações obtidas independentes (teste de Kruskal-Wallis) ou não (teste do Sinal e de Wilcoxon). Sintetizando os cálculos efectuados, para um nível de significância de 5%, os

resultados foram os da igualdade (em termos estatísticos) das classificações globais atribuídas às aguardentes pelos três provadores. A representação esquemática destes resultados é apresentada na Figura 2.

!Error!Marcador no definido.

Figura 2 – Resultados dos testes não paramétricos para as provas.

Atendendo aos pressupostos teóricos subjacentes aos testes executados e face aos resultados obtidos, usou-se a mediana para aprovar ou reprovar as aguardentes na sua integração ou não nos lotes das misturas. Em função da classificação das provas, as aguardentes foram aprovadas se tinham mediana maior ou igual a cinco, ou reprovadas se a mediana fosse inferior a cinco. É o que se apresenta na tabela da Figura 3. Como pode verificar-se, nessa tabela há 16 aguardentes aprovadas e 4 reprovadas. De acordo os provadores, as aguardentes foram reprovadas por não ter aroma (considerado) adequado para a elaboração de vinho do Porto. Numa lógica de mercado, o objectivo da constituição de lotes é o de utilizar todas as aguardentes e, portanto, “recuperar” as aguardentes reprovadas. De acordo com a opinião dos provadores, escolheu-se a aguardente 6 como sendo a melhor para misturar com as aguardentes reprovadas. As razões dessa escolha relacionam-se com as características das melhores aguardentes, o seu aroma frutado e com os seus maiores lucros (Sequeira, 2001, p. 31).

!Error!Marcador no definido.

Figura 3 – Na sequência dos testes estatísticos, resultados de aprovação/reprovação aguardentes para as misturas nos lotes.

3. MODELOS DE PROGRAMAÇÃO LINEAR

Analisadas as aguardentes, certificados os resultados (tanto quanto possível em termos estatísticos) e determinadas as condições para as misturas nos lotes de aguardentes a obter, pode passar-se à construção dos modelos de programação linear (PL).

Construíram-se cinco modelos de PL, estando subjacente a cada um deles uma gestão de venda. Os cinco modelos formulados foram os seguintes: 1º: Lote com as aguardentes mais lucrativas; 2º: Lote a aprovar com a aguardente 6 aprovada e as quatro reprovadas; 3º: Lote com as aguardentes menos lucrativas; 4º: Lote com as aguardentes que foram classificadas com valor 5 (nota regular); 5º: Lote com todas as aguardentes.

Nestes modelos de PL definiram-se as variáveis de decisão como a quantidade (expressa em milhares de litros) de aguardente a vender, x_1, x_2, \dots, x_n , pois o número (n) de aguardentes a misturar no lote varia com o modelo construído. A maximização da função objectivo, visa obter as quantidades das diferentes aguardentes a vender que originem o maior lucro. Os coeficientes da função objectivo atribuídos a cada aguardente são esses lucros, fornecidos aquando da recolha das aguardentes (Sequeira, 2001, Tabela A2, p.A-2i). As restrições foram definidas em função das normas legais estabelecidas, das quantidades disponíveis e da não negatividade das funções. As normas legais exigem que se respeitem os limites de teor de determinadas substâncias para se obter o lote final (Sequeira, 2001, p.36). As restrições (relações lineares), relativamente às normas legais, a considerar em cada modelo são: Álcoois superiores: limite inferior 210 e limite superior 450; Metanol: limite superior 120; 2-Butanol: limite superior 4; n- Butanol: limite superior 1,7; Relação n- Propanol / iso- Butanol: limite superior 0,8; Relação Álcoois amílicos / iso- Butanol: limite inferior 2,5; Álcool alílico: limite superior 1,5; Etanol: limite superior 70; Acetato de etilo: limite superior 120; Cobre: limite superior 1; Ferro: limite superior 1. Recorde-se que o grupo de elementos e de compostos destas restrições foi o mesmo que o grupo das análises físico-químicas (reler 2.1). As formulações matemáticas integrais

destes cinco modelos de PL estudados podem ser consultadas em Sequeira (2001, parágrafo III.1).

3.1. Resultados dos modelos de PL e discussão

Os resultados dos cinco modelos obtiveram-se usando o método das penalidades com o apoio do *QSB+* (Chang e Sullivan, 1996). Como se visam destacar as potencialidades do uso da PL nas Explorações Vitivinícolas, não se considerou relevante pormenorizar a discussão sobre quantidades exactas a misturar. Assim sendo, na discussão dos resultados foi direccionada para a “filosofia” a adoptar na constituição dos lotes. Na tabela da Figura 4 resumem-se as aguardentes a misturar e os lucros destes cinco modelos.

¡Error!Marcador no definido.

Figura 4 – Tabela dos resultados dos modelos de P.L. em que os valores dos lucros são apresentados em unidades monetárias (u.m.).

Poderia esperar-se que o 1º modelo, das aguardentes mais lucrativas, apresentasse um maior valor da função objectivo (FO). Contudo, não foi isso que aconteceu, este apresentou o menor valor da FO. Continuando a analisar os resultados, verifica-se que o 2º e o 5º modelos são os mais lucrativos, 410,0 u.m. e 411,6 u.m., respectivamente. Destes dois modelos, destaca-se o 2º modelo pelo maior número de aguardentes a misturar. Em termos de mercado, o 2º modelo terá maior interesse, pois além de se obter um elevado lucro, permite a mistura de aguardentes que, de outra forma, seriam reprovadas. Recorde-se que este modelo é constituído pela aguardente 6 e pelas quatro aguardentes reprovada. Este é um resultado prático de grande interesse. Retomando a análise do 5º modelo, a mistura mais lucrativa neste trabalho, 411,5 u.m., e em que entraram todas as vinte aguardentes na formulação, os resultados conduziram à mistura de apenas três aguardentes: a aguardente 5 reprovada, mas a de maior lucro; a aguardente 6; e a aguardente 9 de classificação regular (reler 2.2). O 3º modelo, apesar de ser constituído pelas aguardentes menos lucrativas, apresenta um lucro razoável, 324,5 u.m.. O 4º modelo, tendo as aguardentes classificadas como regulares, também teve um resultado, em termos lucrativos, razoável, 279,1 u.m.. Estes dois modelos não suscitam tanto interesse, pois, só permitiriam a mistura de duas das aguardentes aprovadas.

4. CONCLUSÕES

Após a elaboração deste trabalho, pode ser reconhecida a importância, tanto da análise estatística dos dados, como do uso da Programação Linear, no estudo das misturas das aguardentes vnicas. Em primeiro lugar, a comprovação desta importância, deve-se aos estudos estatísticos exaustivos dos dados obtidos a partir de análises rigorosas, físico-químicas e sensoriais (provas). Por um lado, nos resultados das análises físico-químicas pôde-se considerar que (em termos estatísticos) existe igualdade dos valores obtidos para as várias repetições dessas análises. Repare-se que, na prática, os resultados obtidos são os esperados. Contudo, raramente se usam os métodos estatísticos adequados para confirmar este conhecimento intuitivo (e, portanto, esperado e desejado). Por outro lado, o conjunto dos métodos utilizados para o tratamento dos dados qualitativos das provas, levou a que a selecção das aguardentes fosse delineada de uma forma mais criteriosa e que poderá a vir a ser adoptada em futuros trabalhos desta área da Enologia.

Saliente-se que os resultados dos modelos de PL que foram discutidos no ponto 3. anterior, à partida, já estavam “influenciados” porque se trabalhou com aguardentes misturadas. O recurso a estes lotes ficou a dever-se ao facto de sair do âmbito deste trabalho, quer o fabrico das aguardentes, quer o facto de nenhum dos fornecedores ter cedido aguardentes não misturadas. Estes condicionalismos levam a que os resultados das análises já estivessem dentro das normas legais exigidas, o que não seria a prática de uma Exploração Vitivinícola ou mesmo

de um produtor de lotes de aguardente. Além disso, como não se encontrou na bibliografia qualquer discussão sobre a aplicação da legislação sobre as aguardentes víquicas para adicionar ao vinho do Porto, acabaram por ter que ser consideradas todas as restrições das normas legais. Por exemplo, as restrições relativas às quantidades das aguardentes revelaram-se redundantes. Outra dificuldade encontrada foi o secretismo que rodeia o mercado da compra e venda das aguardentes. Portanto, os lucros utilizados neste trabalho só podem ser considerados como estimativas. Em relação aos modelos de PL, como já foi discutido, nem em termos de utilização prática, nem em termos de qualidade das aguardentes os modelos 1, 3 e 4 não revelaram qualquer interesse. O 5º modelo apresenta bastante interesse devido ao seu lucro final. Contudo, em termos de mercado, além do lucro final, é de elevada importância a utilização de aguardentes que, se não forem misturadas, serão reprovadas. Ou seja, em termos práticos e em termos de mercado, a solução a adoptar deve permitir a obtenção do “maior” lucro final e envolver o maior número possível de aguardentes reprovadas. Logo, apesar de não ter sido o que apresentou maior lucro, o 2º modelo revelou-se de utilização prática mais interessante, pois o lote final seria constituído pelas aguardentes reprovadas e pela aguardente 6.

Ao terminar esta apresentação parece-nos ser importante destacar a necessidade de continuação de trabalhos interdisciplinares deste tipo, pois poderão vir a potenciar aplicações práticas com interesse em Enologia.

5. AGRADECIMENTOS

O Relatório de Estágio foi realizado com o apoio do Prodep III – Estágios Curriculares no Ensino Superior, no âmbito do III Quadro Comunitário de Apoio. As autoras agradecem ao ICETA/UTAD - Departamento de Matemática o financiamento da deslocação ao VI Congresso Galego de Estatística e Investigación de Operacións, Vigo 5-7 de Novembro de 2003.

6. REFERÊNCIAS

- Chang, Y-L. e R. S. Sullivan, 1996. *Quantitative Systems for Business Plus - Version 2.1*. Prentice-Hall, New Jersey.
- Hillier, F.S. e G.J. Lieberman (1990). *Introduction to Operations Research*, 5.Ed., McGraw-Hill.
- Sequeira, Rita A. G. C. de, (2001). *Programação Linear no Estudo de Lotes de Aguardentes*. Relatório Final de Licenciatura em Enologia. UTAD, Vila Real.
- Sequeira, Rita A. G. C. de e M. M. da S. Nascimento (em publicação). Provas de aguardentes e Métodos Estatísticos?... Vila Real, III Jornadas do ICETA/UTAD – 26-27 de Novembro de 2001.
- StatSoft., Inc., "Overview". *Texto do HELP do STATISTICA (versão 4.5B)*, 1993.
- Walpole, R. E. e R. H. Myers (1993). *Probability and Statistics for Engineers and Scientists*. Prentice Hall International Inc., 5. Ed.