

MODELIZACIÓN NO LINEAL DE SERIES TEMPORALES CON PROCESOS STAR: UNA APLICACIÓN A LA PRODUCCIÓN INDUSTRIAL

Estefanía Mourelle¹, José Ramón Cancelo¹

¹Departamento de Economía Aplicada II
Universidade da Coruña

RESUMEN

En este trabajo investigamos si los procesos autorregresivos con transición suave (STAR) mejoran la capacidad explicativa y predictiva de los modelos lineales en una aplicación a la producción industrial de siete países desarrollados. Los resultados indican que los modelos STAR explican mejor la evolución observada, aunque las ganancias en la predicción a varios períodos son modestas.

Palabras clave: modelos STAR, contrastes de linealidad, ciclo económico, predicción no lineal
Clasificación AMS: 62J02, 62M10, 62M20, 62P20.

1. INTRODUCCIÓN

El análisis de series temporales de actividad económica se ha apoyado principalmente en modelos lineales de la familia ARMA. Sin embargo en los últimos años se ha encontrado abundante evidencia empírica sobre la presencia de comportamientos no lineales ligados al carácter asimétrico del ciclo económico, lo que ha atraído la atención de los economistas aplicados hacia los modelos no lineales de series temporales.

De entre las diversas alternativas propuestas en la literatura destacan los modelos autorregresivos (AR) no lineales y dentro de éstos los modelos autorregresivos con transición suave o STAR (*Smooth Transition AutoRegression*). Por un lado estos modelos se mantienen en el marco univariante y paramétrico que caracteriza a los modelos AR lineales, y su especificación y estimación es sencilla. Por otro, los resultados que se obtienen en diversas aplicaciones empíricas son bastante satisfactorios (Teräsvirta y Anderson 1992, Sarantis 1999, Öcal y Osborn 2000).

El objetivo de este trabajo es evaluar la ganancia real que se obtiene al considerar modelos STAR en un caso de estudio, en concreto al modelizar el Índice de Producción Industrial (IPI) de siete países desarrollados. En la sección dos resumimos brevemente los modelos STAR. En la sección tres presentamos los datos, los resultados de los contrastes de linealidad y, en su caso, las principales características de los modelos. La sección cuatro compara la capacidad predictiva de los modelos STAR con la de los correspondientes modelos lineales. En la sección cinco se exponen las principales conclusiones.

2. MODELOS STAR

2.1. PLANTEAMIENTO

Los modelos STAR son casos particulares de modelos dependientes del estado donde los parámetros varían en función de un retardo de la variable estudiada. La expresión de un modelo STAR de orden p para un proceso estacionario y_t es

$$y_t = \phi_0 + \sum_{i=1}^p \phi_i y_{t-i} + F(y_{t-d}) \left[\pi_0 + \sum_{i=1}^p \pi_i y_{t-i} \right] + u_t \quad (2.1)$$

donde $F(y_{t-d})$ es una función de transición tal que $0 \leq F \leq 1$ y d es el retardo de transición. En la literatura aplicada se emplean como función de transición la logística

$$F(y_{t-d}) = \left\{ 1 + \exp \left[-\gamma (y_{t-d} - c) \right] \right\}^{-1} \quad (2.2),$$

que da lugar a los modelos autorregresivos con transición suave logística (LSTAR), y la función exponencial

$$F(y_{t-d}) = 1 - \exp \left[-\gamma (y_{t-d} - c)^2 \right] \quad (2.3),$$

de donde se deriva el modelo autorregresivo con transición suave exponencial (ESTAR).

Los parámetros c y γ ($\gamma > 0$) son, respectivamente, el parámetro de posición o umbral y el parámetro de suavizado. Los modelos LSTAR y ESTAR describen tipos bastante diferentes de comportamiento de la variable estudiada. En el modelo LSTAR los regímenes extremos ($F=0$ y $F=1$) se corresponden con valores extremos de la variable, y por lo tanto con los conceptos económicos de recesión y expansión. La dinámica de corto plazo es muy diferente en cada una de estas situaciones, con una transición entre ambas que es más o menos suave dependiendo del valor de γ . En el modelo ESTAR por el contrario los regímenes extremos ($F=0$ y $F=1$) se asocian a valores próximos al parámetro c y a valores lejanos al mismo, de manera que la dinámica de corto plazo de la economía es la misma cuando ésta se encuentra en expansión o en recesión pero puede cambiar bastante en el período de transición de una a otra.

2.2. INFERENCIA

La primera etapa en la construcción de modelos STAR es averiguar si existe evidencia empírica de comportamientos no lineales generados por autorregresiones con transición suave. Para ello comparamos un modelo lineal AR frente a las alternativas LSTAR y ESTAR empleando los contrastes descritos en Luukkonen et al. (1988a y 1988b) y Granger y Teräsvirta (1993).

El procedimiento de contraste consiste en partir del modelo lineal construido para cada país, de donde se obtienen los residuos bajo la hipótesis nula, estimar a continuación la ecuación auxiliar correspondiente a cada alternativa, y finalmente calcular el estadístico F. Dado que el retardo de transición d es normalmente desconocido en la práctica suponemos que varía dentro del intervalo $[1, p]$, considerando todos sus posibles valores al mismo tiempo en las regresiones auxiliares.

Una vez rechazada la hipótesis nula de linealidad en favor de la alternativa STAR el siguiente paso es especificar el correspondiente modelo no lineal. La estrategia de modelización de este trabajo sigue el esquema propuesto por Teräsvirta (1994), con cuya aplicación se determinan el retardo y la función de transición (logística o exponencial) que mejor caracterizan el comportamiento en el cambio de régimen.

La estimación de los modelos se realiza por mínimos cuadrados no lineales. Siguiendo la práctica habitual (Teräsvirta 1994) se estandariza el argumento de la función de transición para facilitar la convergencia del algoritmo. Una vez obtenida la especificación inicial se contrastan posibles restricciones cruzadas en los parámetros y de exclusión en caso de coeficientes no significativos.

El análisis de los parámetros de posición y de suavizado estimados centra la interpretación de los modelos. La representación gráfica de $F(y_{t-d})$ frente a la variable de transición muestra cómo se produce la transición de un régimen extremo al otro: valores elevados de γ indican que ésta es rápida, mientras que valores próximos a cero revelan una transición lenta. Además nos permite observar la posición del umbral respecto a la distribución de frecuencias de la variable dependiente.

3. APLICACIÓN A LOS ÍNDICES DE PRODUCCIÓN INDUSTRIAL

3.1. DATOS

Hemos considerado las series del IPI de siete países desarrollados, para los que se dispone de datos mensuales desestacionalizados en el período 1965:1 a 2000:12 (Fuente: Banco de datos Tempus del INE, www.ine.es); siguiendo la práctica habitual con este tipo de series, aplicamos la transformación logarítmica a los datos originales.

3.2. MODELOS ESTIMADOS

Aplicando los contrastes de raíces unitarias habituales observamos que los procesos generadores de las series del IPI son integrados de orden uno, de manera que en lo que sigue trabajamos con tasas de crecimiento intermensual, aproximadas por la primera diferencia del logaritmo. Los contrastes de linealidad frente a las alternativas LSTAR y ESTAR indican la existencia de comportamientos no lineales en cinco de los siete países estudiados; en Holanda y Suecia resulta más adecuado un modelo lineal (Cuadro 1).

Cuadro 1.- Especificación del modelo STAR

País	p	Contrastes linealidad		d	Selección función de transición			Tipo modelo
		LSTAR	ESTAR		H ₀₄	H ₀₃	H ₀₂	
ALEMANIA	6	0.0241	0.1337	1	-	-	-	LSTAR
BÉLGICA	12	0.0572	0.00005	1	0.3029	0.0028	0.0002	LSTAR
EE.UU.	3	0.0002	0.00001	1	0.0377	0.4177	0.00001	LSTAR
ESPAÑA	10	0.0004	0.00002	7	0.1075	0.0011	0.000001	LSTAR
FRANCIA	6	0.0476	0.2582	2	-	-	-	LSTAR
HOLANDA	2	0.1403	0.1108	-	-	-	-	Lineal
SUECIA	9	0.1619	0.8110	-	-	-	-	Lineal

Nota: en los contrastes de linealidad y selección de la función de transición se muestran los p-valores.

La búsqueda de especificación del modelo STAR aplicando el procedimiento de Teräsvirta (1994) nos conduce a que los valores del retardo de transición seleccionados son generalmente pequeños (excepto en España) y a que la función de transición más adecuada en todos los casos es la logística.

Los modelos estimados se presentan en el cuadro 2 acompañados de una serie de estadísticos descriptivos y de diagnóstico. Los valores bajo los coeficientes de regresión son sus desviaciones típicas; nobs es el número de observaciones efectivo; s es la desviación típica estimada de los residuos; R², el coeficiente de determinación; AIC es el Criterio de Información de Akaike del modelo STAR (en paréntesis el del modelo lineal); s²/s²_L, el ratio de varianzas de los residuos de los modelos no lineal y lineal; JB es el contraste de normalidad de Jarque-Bera; ARCH es el estadístico para contrastar ausencia de heteroscedasticidad condicional calculado con 6 retardos; AE(k) es el contraste de autocorrelación de los errores de orden k (k=6, 12) específico para modelos STAR desarrollado en Eitrheim y Teräsvirta (1996). Las cifras entre paréntesis tras los valores de JB, ARCH y AE son p-valores. Como se puede comprobar en general los resultados de la validación son discretos, aunque en algún caso el rechazo de la correspondiente hipótesis nula se explica por la presencia de anómalos.

En el gráfico 1 se representan las funciones de transición estimadas frente a los valores de y_{t-d}; nótese que esta presentación no sólo muestra la forma de la función de transición sino también las observaciones reales asociadas a cada tramo de la misma.

En general los comportamientos no lineales son poco importantes en la práctica, aunque sean estadísticamente significativos como se comprueba en el cuadro 1. Esto se aprecia en el cociente de varianzas residuales s²/s²_L, que varía entre 0.88 y 0.94, y en los gráficos de la función de transición, donde se observa que ésta tiende a tomar valores en un intervalo muy reducido y que por lo tanto apenas hay variaciones en los parámetros del modelo. El país donde hay más evidencia de no linealidad es Bélgica, aunque tal y como indica el gráfico 1 el modelo STAR colapsa en un modelo por umbrales con dos regímenes.

Cuadro 2.- Modelos estimados

ALEMANIA (LSTAR)

$$y_t = \underset{(0.0008)}{0.0016} - \underset{(0.06)}{0.30}y_{t-1} + \underset{(0.05)}{0.19}y_{t-2} + \underset{(0.05)}{0.14}y_{t-3} + \underset{(0.05)}{0.12}y_{t-4} + \underset{(0.05)}{0.15}y_{t-5} + \underset{(0.05)}{0.15}y_{t-6} \\ + \left(\underset{(0.0080)}{-0.0005} - \underset{(0.06)}{0.30}y_{t-1} - \underset{(0.23)}{0.86}y_{t-2} - \underset{(0.26)}{0.50}y_{t-3} - \underset{(0.05)}{0.14}y_{t-4} - \underset{(0.28)}{0.53}y_{t-5} - \underset{(0.27)}{0.55}y_{t-6} \right) \times \left[1 + \exp \left\{ \underset{(2.74)}{-3.84} \left(y_{t-1} - \underset{(0.0042)}{0.0239} \right) / \sigma(y) \right\} \right]^{-1} + u_t$$

nobs= 425, s= 0.0143, R²= 0.22, AIC= -8.45 (-8.40), s²/s²_L= 0.92, JB= 20.41 (3.70×10⁻⁵), ARCH= 2.50 (0.02), AE(6)= 0.20 (0.97), AE(12)= 0.98 (0.46)

BÉLGICA (LSTAR)

$$y_t = \underset{(0.0010)}{0.0019} - \underset{(0.05)}{0.57}y_{t-1} - \underset{(0.05)}{0.11}y_{t-2} + \underset{(0.05)}{0.03}y_{t-3} + \underset{(0.05)}{0.09}y_{t-4} + \underset{(0.05)}{0.15}y_{t-5} + \underset{(0.05)}{0.08}y_{t-6} + \underset{(0.05)}{0.09}y_{t-7} + \underset{(0.05)}{0.03}y_{t-8} + \underset{(0.04)}{0.09}y_{t-9} - \underset{(0.04)}{0.07}y_{t-11} - \underset{(0.04)}{0.19}y_{t-12} \\ + \left(\underset{(0.0074)}{-0.0014} - \underset{(0.15)}{0.54}y_{t-2} - \underset{(0.25)}{0.85}y_{t-3} - \underset{(0.30)}{0.74}y_{t-4} - \underset{(0.44)}{0.40}y_{t-5} + \underset{(0.41)}{1.27}y_{t-6} + \underset{(0.44)}{1.26}y_{t-7} - \underset{(0.25)}{0.43}y_{t-8} + \underset{(0.15)}{0.46}y_{t-12} \right) \times \left[1 + \exp \left\{ \underset{(16.02)}{-1.745} \left(y_{t-1} - \underset{(0.0015)}{0.0368} \right) / \sigma(y) \right\} \right]^{-1} + u_t$$

nobs= 419, s= 0.01, R²= 0.36, AIC= -7.92 (-7.84), s²/s²_L= 0.88, JB= 104.64 (1.89×10⁻²³), ARCH= 1.36 (0.22), AE(6)= 2.46 (0.02), AE(12)= 1.85 (0.03)

ESPAÑA (LSTAR)

$$y_t = \underset{(0.0124)}{0.0428} - \underset{(0.28)}{1.58}y_{t-1} - \underset{(0.41)}{1.62}y_{t-2} - \underset{(0.46)}{1.52}y_{t-3} - \underset{(0.46)}{0.42}y_{t-4} - \underset{(0.26)}{0.35}y_{t-5} + \underset{(0.07)}{0.31}y_{t-7} + \underset{(0.15)}{0.14}y_{t-8} + \underset{(0.05)}{0.16}y_{t-9} + \underset{(0.04)}{0.11}y_{t-10} \\ + \left(\underset{(0.0131)}{-0.0429} + \underset{(0.29)}{1.15}y_{t-1} + \underset{(0.41)}{1.62}y_{t-2} + \underset{(0.46)}{1.52}y_{t-3} + \underset{(0.40)}{0.42}y_{t-4} + \underset{(0.27)}{0.44}y_{t-5} + \underset{(0.05)}{0.07}y_{t-6} + \underset{(0.16)}{0.12}y_{t-8} \right) \times \left[1 + \exp \left\{ \underset{(0.99)}{-2.76} \left(y_{t-7} + \underset{(0.0070)}{0.0388} \right) / \sigma(y) \right\} \right]^{-1} + u_t$$

nobs= 421, s= 0.0203, R²= 0.37, AIC= -7.74 (-7.67), s²/s²_L= 0.90, JB= 130.47 (4.65×10⁻²⁹), ARCH= 2.89 (0.008), AE(6)= 2.18 (0.04), AE(12)= 1.61 (0.08)

ESTADOS UNIDOS (LSTAR)

$$y_t = \underset{(0.0375)}{-0.0549} - \underset{(0.95)}{0.38}y_{t-2} - \underset{(0.67)}{1.07}y_{t-3} + \left(\underset{(0.0379)}{0.0587} + \underset{(0.98)}{0.50}y_{t-2} + \underset{(0.70)}{1.22}y_{t-3} \right) \times \left[1 + \exp \left\{ \underset{(0.27)}{-1.007} \left(y_{t-1} + \underset{(0.0088)}{0.0271} \right) / \sigma(y) \right\} \right]^{-1} + u_t$$

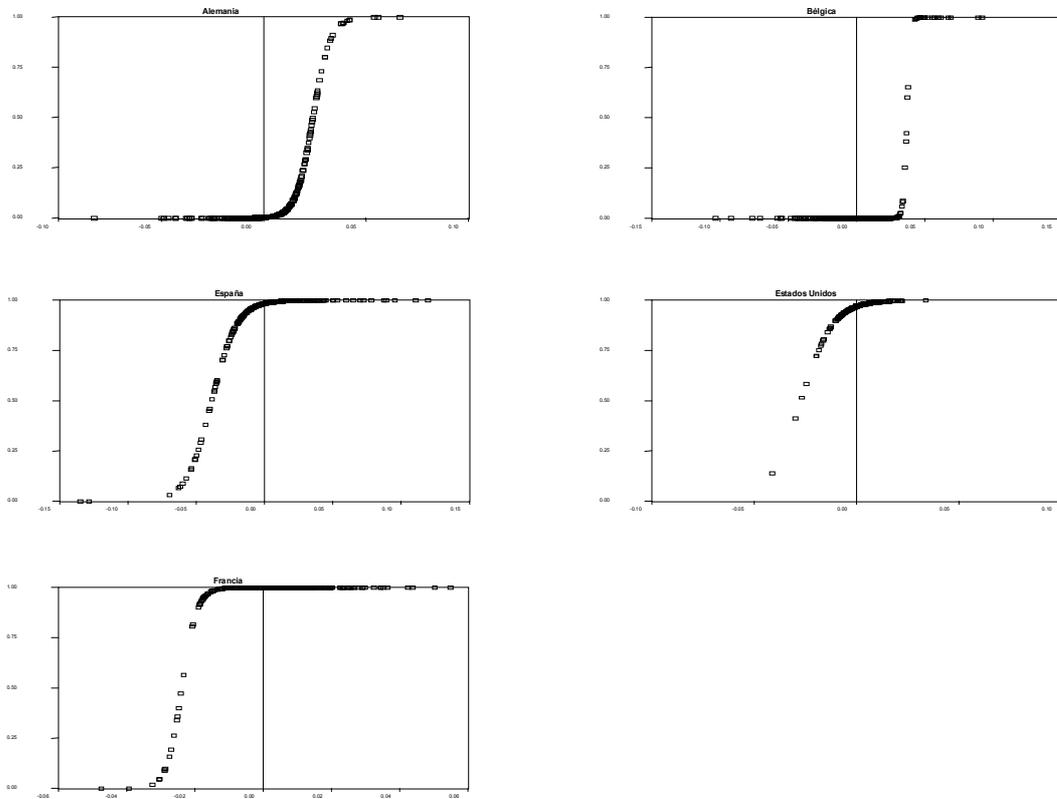
nobs= 428, s= 0.0069, R²= 0.21, AIC= -9.91 (-9.85), s²/s²_L= 0.92, JB= 123.33 (1.65×10⁻²⁷), ARCH= 0.79 (0.57), AE(6)= 1.46 (0.18), AE(12)= 1.39 (0.16)

FRANCIA (LSTAR)

$$y_t = 0.0795 + 2.50y_{t-2} + 0.24y_{t-5} + 0.23y_{t-6} + \left(\begin{matrix} -0.0776 \\ (0.0248) \end{matrix} - \begin{matrix} 0.36 \\ (0.04) \end{matrix} y_{t-1} - \begin{matrix} 2.50 \\ (0.7) \end{matrix} y_{t-2} - \begin{matrix} 0.24 \\ (0.3) \end{matrix} y_{t-5} \right) \times \left[1 + \exp \left\{ \begin{matrix} -5.97 \\ (3.59) \end{matrix} \left(y_{t-2} + \begin{matrix} 0.0239 \\ (0.0028) \end{matrix} \right) / \sigma(y) \right\} \right]^{-1} + u_t$$

nobs= 425, s= 0.0118, R²= 0.19, AIC= -8.86 (-8.80), s²/s²_L=0.94, JB= 24.42 (5×10⁻⁶), ARCH= 1.50 (0.17), AE(6)= 1.75 (0.10), AE(12)= 2.21 (0.01)

Gráfico 1.- Funciones de transición estimadas vs retardo de transición



4. EVALUACIÓN DE LA CAPACIDAD PREDICTIVA

En esta sección analizamos en qué medida los modelos STAR suponen una mejora en la predicción respecto a la que se obtiene con modelos AR lineales. Puesto que nuestro objetivo es realizar un número de comparaciones lo más amplio posible y no centrarnos en un país concreto o en un período específico dividimos el período muestral en siete subperíodos de 4-5 años según los casos, que corresponden a situaciones económicas muy diferentes. Nótese por lo tanto que no hacemos predicciones en sentido estricto sino que lo que denominamos predicción a un período mide realmente el ajuste en distintos subperíodos muestrales de modelos estimados para toda la muestra.

Se han calculado predicciones con horizontes de 1 a 6 meses. La predicción no lineal se obtuvo con el método *bootstrap* (Clements y Smith 1997). En cada posible combinación de la terna (subperíodo, país, horizonte) se ha contrastado la hipótesis nula de igualdad de errores cuadráticos medios (ECM) frente a la alternativa de que el ECM del modelo STAR es menor que el del modelo lineal. En horizontes de predicción superiores a un período se ha usado el contraste de Diebold y Mariano (1995), que tiene en cuenta la autocorrelación de los errores de predicción.

El cuadro 3 resume los principales resultados. En él se aprecia que no se producen ganancias significativas en la predicción al utilizar modelos STAR, un resultado bastante previsible después del análisis de los modelos estimados que se efectuó en la sección tres. Se confirma así que el hecho de que la linealidad se rechace frente a modelos más complejos no necesariamente implica una mejora sustancial en la capacidad de explicar y predecir los datos al construir el modelo más general.

CUADRO 3.- Número de series en que la predicción no lineal resulta superior a un nivel de significación del 5%

Periodo	k=1	k=2	k=3	k=4	k=5	k=6
6701:7012	0	0	0	0	0	0
7101:7512	2	0	1	0	0	1
7601:8012	1	0	0	0	0	0
8101:8512	0	0	1	2	2	2
8601:9012	0	0	2	1	1	0
9101:9512	1	0	1	1	1	2
9601:9912	1	0	1	0	1	1

Nota: en cada período se han analizado 5 series.

5. CONCLUSIONES

En este trabajo hemos evaluado las ganancias reales que se derivan de la utilización de modelos STAR para explicar comportamientos no lineales asociados al ciclo económico en un caso de estudio. Para ello hemos considerado un indicador económico muy influenciado por el ciclo general de la economía, el Índice de Producción Industrial.

Se ha comprobado que en la mayor parte de los países la hipótesis de linealidad se rechazaba frente a la alternativa de que la serie estaba generada por un modelo STAR. Sin embargo una vez estimado dicho modelo no se han observado mejoras importantes ni en el ajuste para toda la muestra ni en la “predicción”. En ese sentido podríamos concluir que hay una cierta sobrevaloración de los efectos reales de la asimetría del ciclo sobre la evolución observada de las variables económicas.

6. REFERENCIAS

- Clements, M. P., y Smith, J. P. (1997): “The performance of alternative forecasting methods for SETAR models”. *International Journal of Forecasting* 13, 463-475.
- Diebold, F. X., y Mariano, R. S. (1995): “Comparing predictive accuracy”. *Journal of Business and Economic Statistics* vol. 13, n. 13, 253-263.
- Eitrheim, Ø., y Teräsvirta, T. (1996): “Testing the adequacy of smooth transition autoregressive models”. *Journal of Econometrics* 74, 59-75.
- Granger, C. W. J., y Teräsvirta, T. (1993). *Modelling Nonlinear Economic Relationships*. Oxford University Press.
- Luukkonen, R., Saikkonen, P., y Teräsvirta, T. (1988a): “Testing linearity against smooth transition autoregressive models”. *Biometrika* 75, 491-499.
- Luukkonen, R., Saikkonen, P., y Teräsvirta, T. (1988b): “Testing linearity in univariate time series models”. *Scandinavian Journal of Statistics* 15, 161-175.
- Öcal, N., y Osborn, D. R. (2000): “Business cycle non-linearities in UK consumption and production”. *Journal of Applied Econometrics* 15, 27-43.
- Sarantis, N. (1999): “Modeling non-linearities in real effective exchange rates”. *Journal of International Money and Finance* 18, 27-45.
- Teräsvirta, T. (1994): “Specification, Estimation, and Evaluation of Smooth Transition Autoregressive Models”. *Journal of the American Statistical Association* 89, 208-218.
- Teräsvirta, T., y Anderson, H. M. (1992): “Characterizing nonlinearities in business cycles using Smooth Transition Autoregressive Models”. *Journal of Applied Econometrics* vol. 7, S119-S136.