Fundación Barrié

SGAPEIO
Sociedade Galega para a Promoción da Estatística e da Investigación de Operacións

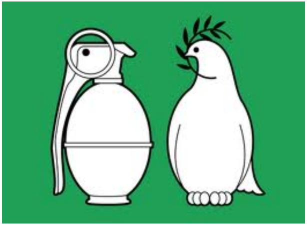
AGAPEMA
Asociación Galega do Profesorado de Educación Matemática

educa Barrié
A Seguinte Clase
www.educabarrie.org

Guerra e Paz
Optimización e Teoría de Xogos

Julio González Díaz

Xornadas sobre o Ensino da Estatística
9 e 16 de Novembro de 2013
Fundación Barrié (A Coruña e Vigo)

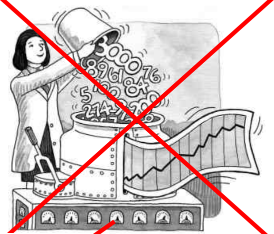


- Facultad de Matemáticas

- Facultad de Matemáticas
- Departamento de Estadística e Investigación Operativa

- Facultad de Matemáticas
- Departamento de Estadística e Investigación Operativa

- Facultad de Matemáticas
- Departamento de Estadística e Investigación Operativa



USC
UNIVERSIDADE
DE SANTIAGO
DE COMPOSTELA

[redacted], **SECRETARIA GENERAL DE LA UNIVERSIDAD DE SANTIAGO DE COMPOSTELA,**

CERTIFICA: Que don **Julio González Díaz,** con NIF 33332679K, tiene acreditados en esta Universidad los siguientes servicios:

Contrato de trabajo para la incorporación de investigadores al sistema español de ciencia e tecnología, en prácticas a tiempo completo como Doctor en Estadística e Investigación Operativa para realización de actividades, programas o proyectos de investigación consistentes en "Indiferencia Estadística" correspondiente al programa *Ramón y Cajal 2008* desde el 13/05/2009 encontrándose actualmente en servicio activo.

Para que así conste, a petición del interesado y a los efectos oportunos, firmo el presente certificado, una vez que la jefa del servicio comprobara los datos que figuran en ella, en Santiago de Compostela a 16 de outubro de 2012.

La Gerente

La Jefa del Servicio de Gestión de Personal

USC
UNIVERSIDADE DE SANTIAGO DE COMPOSTELA

[redacted], **SECRETARIA GENERAL DE LA UNIVERSIDAD DE SANTIAGO DE COMPOSTELA,**

CERTIFICA: Que don **Julio González Díaz,** con NIF 33332679K, tiene acreditados en esta Universidad los siguientes servicios:

Contrato de trabajo para la incorporación de investigadores al sistema español de ciencia e tecnología, en prácticas a tiempo completo como Doctor en Estadística e Investigación Operativa para realización de actividades, programas o proyectos de investigación consistentes en "Indiferencia Estadística" correspondiente al programa *Ramón y Cajal 2008* desde el 13/05/2009 encontrándose actualmente en servicio activo.

Para que así conste, a petición del interesado y a los efectos oportunos, firmo el presente certificado, una vez que la jefa del servicio comprobara los datos que figuran en ella, en Santiago de Compostela a 16 de outubro de 2012.

La Gerente

La Jefa del Servicio de Gestión de Personal

USC
UNIVERSIDADE DE SANTIAGO DE COMPOSTELA

[redacted], **SECRETARIA GENERAL DE LA UNIVERSIDAD DE SANTIAGO DE COMPOSTELA,**

CERTIFICA: Que don **Julio González Díaz,** con NIF 33332679K, tiene acreditados en esta Universidad los siguientes servicios:

Contrato de trabajo para la incorporación de investigadores al sistema español de ciencia e tecnología, en prácticas a tiempo completo como Doctor en Estadística e Investigación Operativa para realización de actividades, programas o proyectos de investigación consistentes en "Indiferencia Estadística" correspondiente al programa *Ramón y Cajal 2008* desde el 13/05/2009 encontrándose actualmente en servicio activo.

Para que así conste, a petición del interesado y a los efectos oportunos, firmo el presente certificado, una vez que la jefa del servicio comprobara los datos que figuran en ella, en Santiago de Compostela a 16 de outubro de 2012.

La Gerente

La Jefa del Servicio de Gestión de Personal

USC
UNIVERSIDADE DE SANTIAGO DE COMPOSTELA

[redacted], **SECRETARIA GENERAL DE LA UNIVERSIDAD DE SANTIAGO DE COMPOSTELA,**

CERTIFICA: Que don **Julio González Díaz**, con NIF 33332679K, tiene acreditados en esta Universidad los siguientes servicios:

Contrato de trabajo para la incorporación de investigadores al sistema español de ciencia e tecnología, en prácticas a tiempo completo como Doctor en Estadística e Investigación Operativa para realización de actividades, programas o proyectos de investigación consistentes

“Indiferencia Estadística” iente al programa *Ramón y Cajal 2008* desde el 13/05/2009 encontrándose actualmente en servicio activo.

Para que así conste, a petición del interesado y a los efectos oportunos, firmo el presente certificado, una vez que la jefa del servicio comprobara los datos que figuran en ella, en Santiago de Compostela a 16 de outubro de 2012.

La Gerente

La Jefa del Servicio de Gestión de Personal

Departamento de Estadística e Investigación Operativa

Inferencia Estadística

Indiferencia Estadística

Investigación Operativa

Investigación Operativa (Teoría de Juegos)

Investigación Operativa (Teoría de Juegos)

desaceleración económica
flexibilizar el mercado laboral
amnistía fiscal
reformas estructurales
ajustes
procedimiento de ejecución hipotecaria
línea de crédito (rescate)

- Asignación óptima de recursos
- Análisis estratégico y resolución de conflictos

Guerra y Paz

Guerra y Paz

- Durante la Segunda Guerra Mundial surgieron problemas logísticos y estratégicos con cientos y miles de variables
- y la necesidad de desarrollar herramientas formales para analizarlos sistemáticamente
- y sin la ayuda de ordenadores!!! (todavía no existían)

Guerra y Paz

Segunda Guerra Mundial: problemas logísticos y estratégicos

Guerra y Paz

Segunda Guerra Mundial: problemas logísticos y estratégicos

- Traslado de tropas de EEUU a Europa a mínimo coste (**EEUU 1941**)
- Tamaño óptimo de convoyes militares para minimizar la escolta necesaria y los daños en caso de ataque submarino (**UK 1942**)
- ASWORG: US Navy Antisubmarine Warfare Operations Research Group (**EEUU 1942**): en 1945 más de 100 analistas.
- US Air Force Operations Research (**EEUU 1942**). Diseño de la configuración óptima de un escuadrón de bombarderos (documentadas mejoras del $950\,\%$)

Guerra y Paz

Segunda Guerra Mundial: problemas logísticos y estratégicos

- Traslado de tropas de EEUU a Europa a mínimo coste (**EEUU 1941**)
- Tamaño óptimo de convoyes militares para minimizar la escolta necesaria y los daños en caso de ataque submarino (**UK 1942**)
- ASWORG: US Navy Antisubmarine Warfare Operations Research Group (**EEUU 1942**): en 1945 más de 100 analistas.
- US Air Force Operations Research (**EEUU 1942**). Diseño de la configuración óptima de un escuadrón de bombarderos (documentadas mejoras del $950\,\%$)

Operations Research

Guerra y Paz

Segunda Guerra Mundial: problemas logísticos y estratégicos

- Traslado de tropas de EEUU a Europa a mínimo coste (**EEUU 1941**)
- Tamaño óptimo de convoyes militares para minimizar la escolta necesaria y los daños en caso de ataque submarino (**UK 1942**)
- ASWORG: US Navy Antisubmarine Warfare Operations Research Group (**EEUU 1942**): en 1945 más de 100 analistas.
- US Air Force Operations Research (**EEUU 1942**). Diseño de la configuración óptima de un escuadrón de bombarderos (documentadas mejoras del $950\,\%$)

Operations Research → **Investigación de Operaciones** (militares)

Operations Research → **Investigación Operativa**

Ya sabemos de dónde viene el nombre, pero

¿En qué consiste la Investigación Operativa?

Ya sabemos de dónde viene el nombre, pero

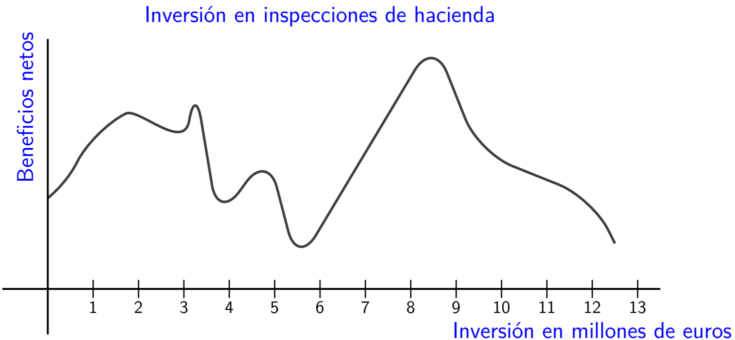
¿En qué consiste la Investigación Operativa?

- La Investigación Operativa es un método científico para dotar a los departamentos ejecutivos de bases cuantitativas para ayudar en la toma de decisiones relativas a las operaciones bajo su control
- Asignación óptima de recursos
- Optimización con restricciones

Ya sabemos de dónde viene el nombre, pero

¿En qué consiste la Investigación Operativa?

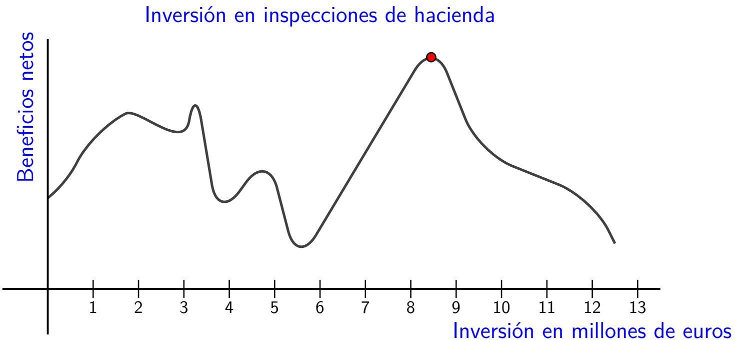
- La Investigación Operativa es un método científico para dotar a los departamentos ejecutivos de bases cuantitativas para ayudar en la toma de decisiones relativas a las operaciones bajo su control
- Asignación óptima de recursos
- Optimización con restricciones



Ya sabemos de dónde viene el nombre, pero

¿En qué consiste la Investigación Operativa?

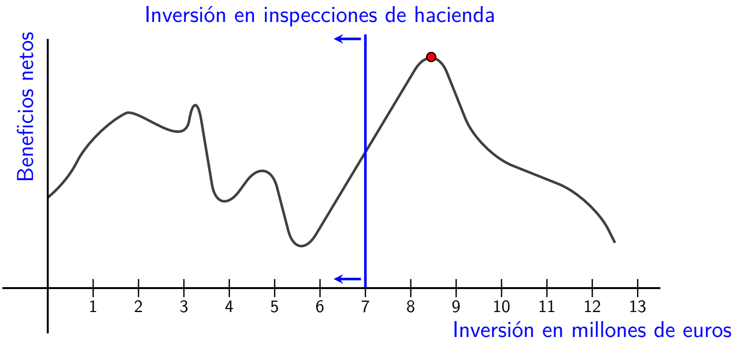
- La Investigación Operativa es un método científico para dotar a los departamentos ejecutivos de bases cuantitativas para ayudar en la toma de decisiones relativas a las operaciones bajo su control
- Asignación óptima de recursos
- Optimización con restricciones



Ya sabemos de dónde viene el nombre, pero

¿En qué consiste la Investigación Operativa?

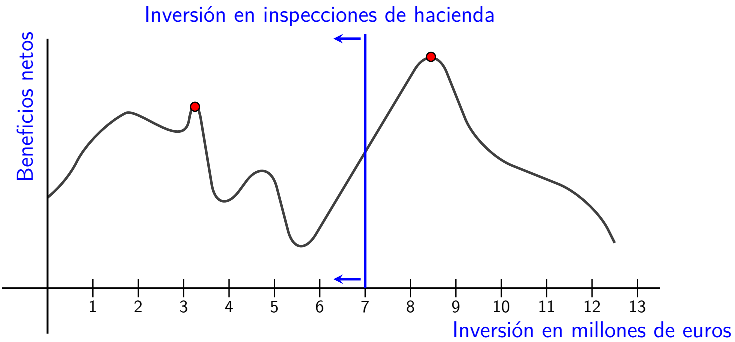
- La Investigación Operativa es un método científico para dotar a los departamentos ejecutivos de bases cuantitativas para ayudar en la toma de decisiones relativas a las operaciones bajo su control
- Asignación óptima de recursos
- Optimización con restricciones



Ya sabemos de dónde viene el nombre, pero

¿En qué consiste la Investigación Operativa?

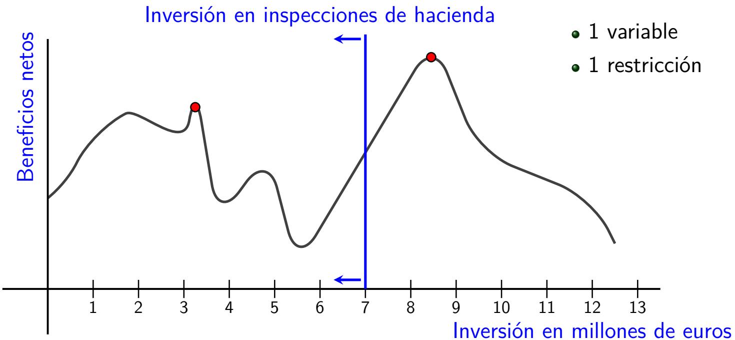
- La Investigación Operativa es un método científico para dotar a los departamentos ejecutivos de bases cuantitativas para ayudar en la toma de decisiones relativas a las operaciones bajo su control
- Asignación óptima de recursos
- Optimización con restricciones



Ya sabemos de dónde viene el nombre, pero

¿En qué consiste la Investigación Operativa?

- La Investigación Operativa es un método científico para dotar a los departamentos ejecutivos de bases cuantitativas para ayudar en la toma de decisiones relativas a las operaciones bajo su control
- Asignación óptima de recursos
- Optimización con restricciones

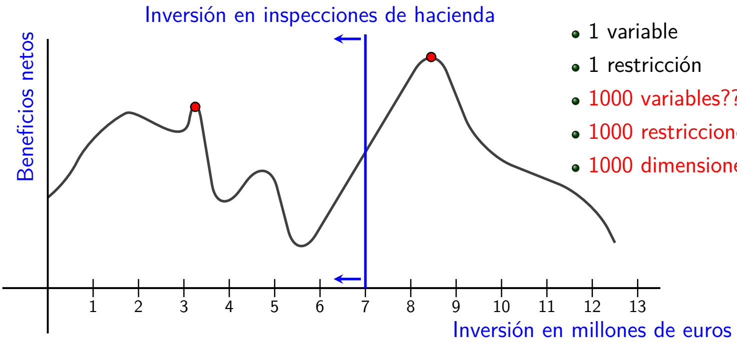


- 1 variable
- 1 restricción

Ya sabemos de dónde viene el nombre, pero

¿En qué consiste la Investigación Operativa?

- La Investigación Operativa es un método científico para dotar a los departamentos ejecutivos de bases cuantitativas para ayudar en la toma de decisiones relativas a las operaciones bajo su control
- Asignación óptima de recursos
- Optimización con restricciones



- 1 variable
- 1 restricción
- 1000 variables??
- 1000 restricciones??
- 1000 dimensiones??

¿En qué consiste la Investigación Operativa?

Uno de los principales objetivos de la Investigación Operativa es el **desarrollo de metodologías** de resolución de problemas de optimización que tengan en cuenta sus especificidades:

- Propiedades de la **función a optimizar**
- Características de las **variables**
- Cantidad y naturaleza de las **restricciones**

¿En qué consiste la Investigación Operativa?

Uno de los principales objetivos de la Investigación Operativa es el **desarrollo de metodologías** de resolución de problemas de optimización que tengan en cuenta sus especificidades:

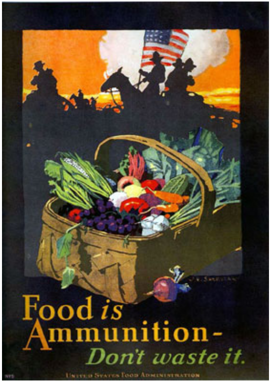
- Propiedades de la **función a optimizar**
- Características de las **variables**
- Cantidad y naturaleza de las **restricciones**

Aplicaciones en ingeniería, economía, biología,. . .

- Diseño de rutas de vehículos (empresas de correos, transporte,. . .)
- Optimización de flujos en redes (red eléctrica, gas,. . .)
- Sistemas de control de tráfico (redes informáticas, carreteras,. . .)
- Diseño óptimo de carteras financieras
- Estudio de cadenas de ADN

El problema de la dieta (Stigler 1945)

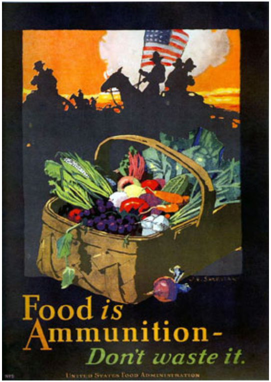
Origen: Minimizar costes de alimentación ejército EEUU



El problema de la dieta (Stigler 1945)

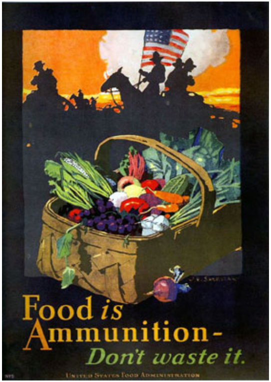
Origen: Minimizar costes de alimentación ejército EEUU

- : precio 8 €/Kilo
- : precio 12 €/Kilo
- : precio 3 €/Kilo
- : precio 4 €/Kilo



El problema de la dieta (Stigler 1945)

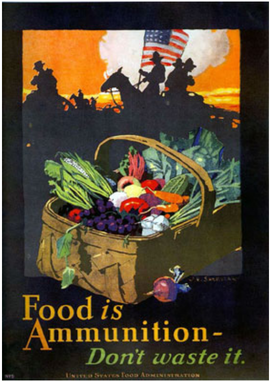
Origen: Minimizar costes de alimentación ejército EEUU



- : precio 8 €/Kilo
- : precio 12 €/Kilo
- : precio 3 €/Kilo
- : precio 4 €/Kilo

minimizar $8 \times$  $+\ 12 \times$  $+\ 3 \times$  $+\ 4 \times$ 

El problema de la dieta (Stigler 1945)



Origen: Minimizar costes de alimentación ejército EEUU

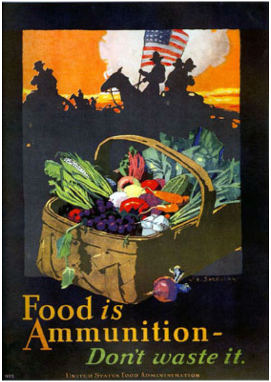
- : precio 8 €/Kilo
- : precio 12 €/Kilo
- : precio 3 €/Kilo
- : precio 4 €/Kilo

minimizar $8 \times$  $+ \; 12 \times$  $+ \; 3 \times$  $+ \; 4 \times$ 

(calorías) $800 \times$  $+ \, 325 \times$  $+ \, 100 \times$  $+ \, 2000 \times$  $\geqslant 2500$

El problema de la dieta (Stigler 1945)

Origen: Minimizar costes de alimentación ejército EEUU



- : precio 8 €/Kilo
- : precio 12 €/Kilo
- : precio 3 €/Kilo
- : precio 4 €/Kilo

minimizar $8 \times$  $+ \; 12 \times$  $+ \; 3 \times$  $+ \; 4 \times$ 

(calorías) $800 \times$  $+ \; 325 \times$  $+ \; 100 \times$  $+ \; 2000 \times$  $\geqslant 2500$

(proteínas) $75 \times$  $+ \; 50 \times$  $+ \; 50 \times$  $+ \; 10 \times$  $\geqslant 125$

(vitaminas) $30 \times$  $+ \; 50 \times$  $+ \; 75 \times$  $+ \; 5 \times$  $\geqslant 100$

Programación Lineal

Programación Lineal

- El **problema de la dieta** es considerado uno de los primeros problemas de **programación lineal**: la función objetivo y las restricciones "definen rectas" (hiperplanos)
- **Stigler (1945)** planteó un problema de la dieta con **77 alimentos** y **9 restricciones** nutricionales
- Stigler obtuvo una "solución" que suponía $\mathbf{39.93\$}$ anuales por soldado (prueba y error + intuición y agilidad matemática)

Programación Lineal

- El **problema de la dieta** es considerado uno de los primeros problemas de **programación lineal**: la función objetivo y las restricciones "definen rectas" (hiperplanos)
- **Stigler (1945)** planteó un problema de la dieta con **77 alimentos** y **9 restricciones** nutricionales
- Stigler obtuvo una "solución" que suponía **39.93$** anuales por soldado (prueba y error + intuición y agilidad matemática)

Alimento	Cantidad	Coste
Harina de trigo	168kg	13.33$
Leche en polvo	57 botes	3.84$
Repollo	50.5kg	4.11$
Espinacas	10.5kg	1.85$
Alubias (judías secas)	129kg	16.80$
Coste total (1939)		39.93$

Nutriente	c.d.r.
Calorías	3000cal
Proteinas	70g
Calcio	8g
Hierro	12mg
Vitamina A	5000UI
Vitamina B_1	1.8mg
Vitamina B_2	2.7mg
Vitamina B_3	18mg
Vitamina C	75mg

Programación Lineal

- El **problema de la dieta** es considerado uno de los primeros problemas de **programación lineal**: la función objetivo y las restricciones "definen rectas" (hiperplanos)
- **Stigler (1945)** planteó un problema de la dieta con **77 alimentos** y **9 restricciones** nutricionales
- Stigler obtuvo una "solución" que suponía **39.93$** anuales por soldado (prueba y error + intuición y agilidad matemática)

Alimento	Cantidad	Coste
Harina de trigo	168kg	13.33$
Leche en polvo	57 botes	3.84$
Repollo	50.5kg	4.11$
Espinacas	10.5kg	1.85$
Alubias (judías secas)	129kg	16.80$
Coste total (1939)		39.93$
Costes "oficiales"		$\approx$ 80$

Nutriente	c.d.r.
Calorías	3000cal
Proteinas	70g
Calcio	8g
Hierro	12mg
Vitamina A	5000UI
Vitamina B_1	1.8mg
Vitamina B_2	2.7mg
Vitamina B_3	18mg
Vitamina C	75mg

Programación Lineal

- El **problema de la dieta** es considerado uno de los primeros problemas de **programación lineal**: la función objetivo y las restricciones "definen rectas" (hiperplanos)
- **Stigler (1945)** planteó un problema de la dieta con **77 alimentos** y **9 restricciones** nutricionales
- Stigler obtuvo una "solución" que suponía **39.93$** anuales por soldado (prueba y error + intuición y agilidad matemática)

Alimento	Cantidad	Coste
Harina de trigo	168kg	13.33$
Leche en polvo	57 botes	3.84$
Repollo	50.5kg	4.11$
Espinacas	10.5kg	1.85$
Alubias (judías secas)	129kg	16.80$
Coste total (1939)		39.93$
Costes "oficiales"		$\approx$ 80$
Costes a día de hoy	39.93$ $\approx$ 500€	

Nutriente	c.d.r.
Calorías	3000cal
Proteinas	70g
Calcio	8g
Hierro	12mg
Vitamina A	5000UI
Vitamina B_1	1.8mg
Vitamina B_2	2.7mg
Vitamina B_3	18mg
Vitamina C	75mg

Programación Lineal

- El **problema de la dieta** es considerado uno de los primeros problemas de **programación lineal**: la función objetivo y las restricciones "definen rectas" (hiperplanos)
- **Stigler (1945)** planteó un problema de la dieta con **77 alimentos** y **9 restricciones** nutricionales
- Stigler obtuvo una "solución" que suponía **39.93$** anuales por soldado (prueba y error + intuición y agilidad matemática)

Alimento	Cantidad	Coste
Harina de trigo	168kg	13.33$
Leche en polvo	57 botes	3.84$
Repollo	50.5kg	4.11$
Espinacas	10.5kg	1.85$
Alubias (judías secas)	129kg	16.80$
Coste total (1939)		39.93$
Costes "oficiales"		≈ 80$
Costes a día de hoy		39.93$ ≈ 500€
		≈1.5€/día!!!

Nutriente	c.d.r.
Calorías	3000cal
Proteinas	70g
Calcio	8g
Hierro	12mg
Vitamina A	5000UI
Vitamina B_1	1.8mg
Vitamina B_2	2.7mg
Vitamina B_3	18mg
Vitamina C	75mg

Programación Lineal

Programación Lineal

- **Dantzig (1947)** publicó el **método Simplex** de resolución de problemas de programación lineal

Programación Lineal

- **Dantzig (1947)** publicó el **método Simplex** de resolución de problemas de programación lineal

Programación Lineal

- **Dantzig (1947)** publicó el **método Simplex** de resolución de problemas de programación lineal
- Simplex + 1000 horas de trabajo $\Rightarrow$ Solución óptima: $\mathbf{39.69\$}$

Programación Lineal

- **Dantzig (1947)** publicó el **método Simplex** de resolución de problemas de programación lineal
- Simplex + 1000 horas de trabajo $\Rightarrow$ Solución óptima: $\mathbf{39.69\$}$
(9 personas con calculadoras · 8horas/día · 14días)

Programación Lineal

- **Dantzig (1947)** publicó el **método Simplex** de resolución de problemas de programación lineal
- Simplex + 1000 horas de trabajo $\Rightarrow$ Solución óptima: $\mathbf{39.69\$}$
  (9 personas con calculadoras · 8horas/día · 14días) (Stigler: $\mathbf{39.93\$}$)

Programación Lineal

- **Dantzig (1947)** publicó el **método Simplex** de resolución de problemas de programación lineal
- Simplex + 1000 horas de trabajo $\Rightarrow$ Solución óptima: $\mathbf{39.69\$}$
  (9 personas con calculadoras · 8horas/día · 14días) (Stigler: $\mathbf{39.93\$}$)
- Un PC de hoy día puede resolver casi instantáneamente problemas de programación lineal con miles de variables y restricciones

Programación Lineal

- **Dantzig (1947)** publicó el **método Simplex** de resolución de problemas de programación lineal
- Simplex + 1000 horas de trabajo ⇒ Solución óptima: **39.69$**
  (9 personas con calculadoras · 8horas/día · 14días) (Stigler: **39.93$**)
- Un PC de hoy día puede resolver casi instantáneamente problemas de programación lineal con miles de variables y restricciones

Programación Lineal y Premios Nobel en Economía

Programación Lineal

- **Dantzig (1947)** publicó el **método Simplex** de resolución de problemas de programación lineal
- Simplex + 1000 horas de trabajo ⇒ Solución óptima: **39.69\$**
  (9 personas con calculadoras · 8horas/día · 14días) (Stigler: **39.93\$**)
- Un PC de hoy día puede resolver casi instantáneamente problemas de programación lineal con miles de variables y restricciones

Programación Lineal y Premios Nobel en Economía

Stigler: Nobel en Economía en 1982 “for his seminal studies of industrial structures, functioning of markets and causes and effects of public regulation”

Programación Lineal

- **Dantzig (1947)** publicó el **método Simplex** de resolución de problemas de programación lineal
- Simplex + 1000 horas de trabajo ⇒ Solución óptima: **39.69$**
  (9 personas con calculadoras · 8horas/día · 14días) (Stigler: **39.93$**)
- Un PC de hoy día puede resolver casi instantáneamente problemas de programación lineal con miles de variables y restricciones

Programación Lineal y Premios Nobel en Economía

Stigler: Nobel en Economía en 1982 "for his seminal studies of industrial structures, functioning of markets and causes and effects of public regulation"

Dantzig: Koopmans y Kantorovich, Nobel en Economía en 1975 "for their contributions to the theory of optimum allocation of resources"

Programación Lineal

- **Dantzig (1947)** publicó el **método Simplex** de resolución de problemas de programación lineal
- Simplex + 1000 horas de trabajo ⇒ Solución óptima: $\mathbf{39.69\$}$
(9 personas con calculadoras · 8horas/día · 14días) (Stigler: $\mathbf{39.93\$}$)
- Un PC de hoy día puede resolver casi instantáneamente problemas de programación lineal con miles de variables y restricciones

Programación Lineal y Premios Nobel en Economía

Stigler: Nobel en Economía en 1982 "for his seminal studies of industrial structures, functioning of markets and causes and effects of public regulation"

Dantzig: Koopmans y Kantorovich, Nobel en Economía en 1975 "for their contributions to the theory of optimum allocation of resources" ⟺ **"programación matemática"**

Programación Lineal

- **Dantzig (1947)** publicó el **método Simplex** de resolución de problemas de programación lineal
- Simplex + 1000 horas de trabajo ⇒ Solución óptima: **39.69$**
  (9 personas con calculadoras · 8horas/día · 14días) (Stigler: **39.93$**)
- Un PC de hoy día puede resolver casi instantáneamente problemas de programación lineal con miles de variables y restricciones

Programación Lineal y Premios Nobel en Economía

Stigler: Nobel en Economía en 1982 "for his seminal studies of industrial structures, functioning of markets and causes and effects of public regulation"

~~Dantzig:~~ Koopmans y Kantorovich, Nobel en Economía en 1975 "for their contributions to the theory of optimum allocation of resources" ⟺ **"programación matemática"**

Programación Lineal

- **Dantzig (1947)** publicó el **método Simplex** de resolución de problemas de programación lineal
- Simplex + 1000 horas de trabajo ⇒ Solución óptima: **39.69$**
  (9 personas con calculadoras · 8horas/día · 14días) (Stigler: **39.93$**)
- Un PC de hoy día puede resolver casi instantáneamente problemas de programación lineal con miles de variables y restricciones

Programación Lineal y Premios Nobel en Economía

Stigler: Nobel en Economía en 1982 "for his seminal studies of industrial structures, functioning of markets and causes and effects of public regulation"

~~Dantzig:~~ Koopmans y Kantorovich, Nobel en Economía en 1975 "for their contributions to the theory of optimum allocation of resources" ⟺ **"programación matemática"**

Programación Lineal

- **Dantzig (1947)** publicó el **método Simplex** de resolución de problemas de programación lineal
- Simplex + 1000 horas de trabajo ⇒ Solución óptima: **39.69$**
(9 personas con calculadoras · 8horas/día · 14días) (Stigler: **39.93$**)
- Un PC de hoy día puede resolver casi instantáneamente problemas de programación lineal con miles de variables y restricciones
- **Kantorovich (1939)** desarrolló los primeros modelos, que usó para optimizar las operaciones militares de la URSS

Programación Lineal y Premios Nobel en Economía

Stigler: Nobel en Economía en 1982 "for his seminal studies of industrial structures, functioning of markets and causes and effects of public regulation"

~~Dantzig:~~ Koopmans y Kantorovich, Nobel en Economía en 1975 "for their contributions to the theory of optimum allocation of resources" ⟺ **"programación matemática"**

Programación Lineal

- **Dantzig (1947)** publicó el **método Simplex** de resolución de problemas de programación lineal
- Simplex + 1000 horas de trabajo ⇒ Solución óptima: **39.69$**
  (9 personas con calculadoras · 8horas/día · 14días) (Stigler: **39.93$**)
- Un PC de hoy día puede resolver casi instantáneamente problemas de programación lineal con miles de variables y restricciones
- **Kantorovich (1939)** desarrolló los primeros modelos, que usó para optimizar las operaciones militares de la URSS

Programación Lineal y Premios Nobel en Economía

Stigler: Nobel en Economía en 1982 "for his seminal studies of industrial structures, functioning of markets and causes and effects of public regulation"

~~Dantzig:~~ Koopmans y Kantorovich, Nobel en Economía en 1975 "for their contributions to the theory of optimum allocation of resources" ⟺ **"programación matemática"**

Programación Lineal

- **Dantzig (1947)** publicó el **método Simplex** de resolución de problemas de programación lineal
- Simplex + 1000 horas de trabajo ⇒ Solución óptima: **39.69$**
  (9 personas con calculadoras · 8horas/día · 14días) (Stigler: **39.93$**)
- Un PC de hoy día puede resolver casi instantáneamente problemas de programación lineal con miles de variables y restricciones
- **Kantorovich (1939)** desarrolló los primeros modelos, que usó para optimizar las operaciones militares de la URSS

Programación Lineal y Premios Nobel en Economía

Stigler: Nobel en Economía en 1982 “for his seminal studies of industrial structures, functioning of markets and causes and effects of public regulation”

~~Dantzig:~~ Koopmans y Kantorovich, Nobel en Economía en 1975 “for their contributions to the theory of optimum allocation of resources” ⟺ **“programación matemática”**

Ya sabemos cómo surgió la programación lineal, pero

Ya sabemos cómo surgió la programación lineal, pero

- ¿qué tiene de especial?
- ¿por qué la palabra **lineal**?
- ¿por qué la palabra **programación**?

¿Qué es un problema de optimización?

¿Qué es un problema de optimización?

Un **problema de optimización** viene dado por un par (F, c), donde

- F es la región factible
- c es la función de coste

¿Qué es un problema de optimización?

Un **problema de optimización** viene dado por un par (F, c), donde

- F es la región factible
- c es la función de coste

El problema consiste en encontrar un punto factible $\boldsymbol{x} \in \boldsymbol{F}$ tal que,

$$\text{para todo } y \in F, \quad c(x) \leqslant c(y).$$

¿Qué es un problema de optimización?

Un **problema de optimización** viene dado por un par (F, c), donde

- F es la región factible
- c es la función de coste

El problema consiste en encontrar un punto factible $\boldsymbol{x} \in \boldsymbol{F}$ tal que,

$$\text{para todo } y \in F, \quad c(x) \leqslant c(y).$$

Cualquier punto x en estas condiciones es un **óptimo global**.

¿Qué es un problema de optimización?

Un **problema de optimización** viene dado por un par (F, c), donde

- F es la región factible
- c es la función de coste

El problema consiste en encontrar un punto factible $\boldsymbol{x} \in \boldsymbol{F}$ tal que,

$$\text{para todo } y \in F, \quad c(x) \leqslant c(y).$$

Cualquier punto x en estas condiciones es un **óptimo global**.

- Formulación general que engloba cualquier problema de programación matemática.

¿Qué es un problema de optimización?

Un **problema de optimización** viene dado por un par (F, c), donde

- F es la región factible
- c es la función de coste

El problema consiste en encontrar un punto factible $\boldsymbol{x} \in \boldsymbol{F}$ tal que,

$$\text{para todo } y \in F, \quad c(x) \leqslant c(y).$$

Cualquier punto x en estas condiciones es un **óptimo global**.

- Formulación general que engloba cualquier problema de programación matemática.

Programación matemática

Programación matemática

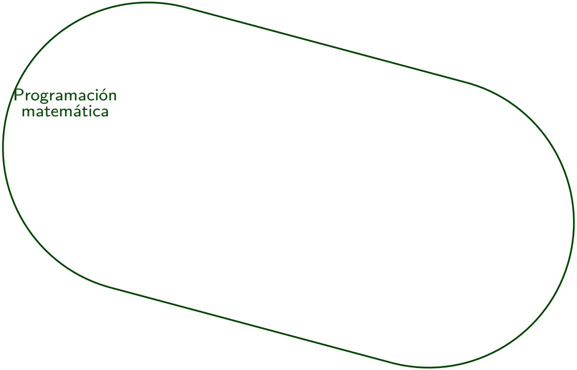
Un **problema de programación matemática** consiste en encontrar una solución al problema:

$$\begin{aligned} \text{minimizar} \quad & c(x) \\ \text{sujeto a} \quad & g_i(x) \geqslant 0 \qquad i = 1, \ldots, m \\ & h_j(x) = 0 \qquad j = 1, \ldots, l. \end{aligned}$$

Programación matemática

Un **problema de programación matemática** consiste en encontrar una solución al problema:

$$\begin{array}{rll} \text{minimizar} & c(x) & \\ \text{sujeto a} & g_i(x) \geqslant 0 & i = 1, \ldots, m \\ & h_j(x) = 0 & j = 1, \ldots, l. \end{array}$$

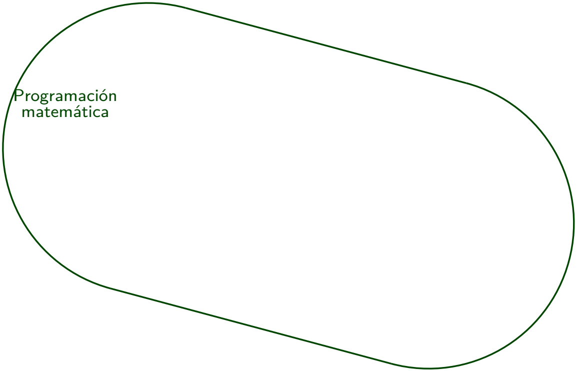


Programación matemática

Un **problema de programación matemática** consiste en encontrar una solución al problema:

$$\begin{array}{rll} \text{minimizar} & c(x) & \\ \text{sujeto a} & g_i(x) \geqslant 0 & i = 1, \ldots, m \\ & h_j(x) = 0 & j = 1, \ldots, l. \end{array}$$

sin restricciones??

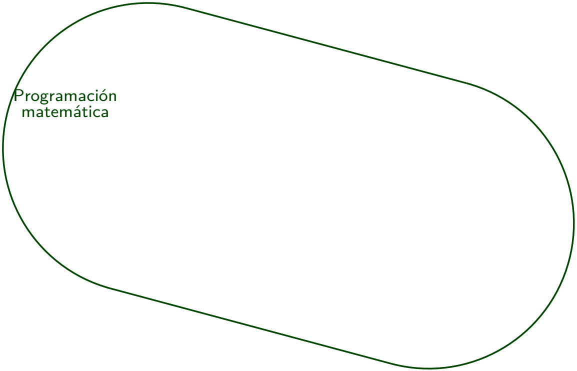


Programación matemática

Un **problema de programación matemática** consiste en encontrar una solución al problema:

$$\begin{array}{rll} \text{minimizar} & c(x) & \\ \text{sujeto a} & g_i(x) \geqslant 0 & i = 1, \dots, m \\ & h_j(x) = 0 & j = 1, \dots, l. \end{array}$$

Región factible continua

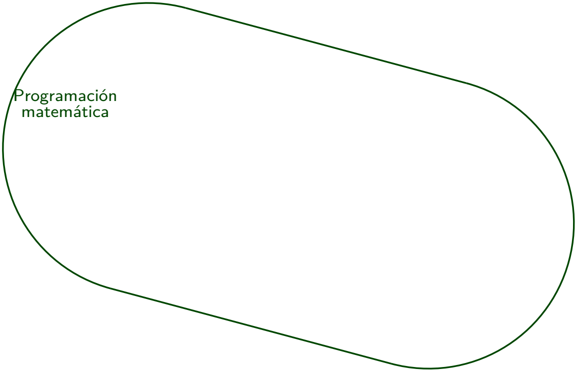


Programación matemática

Un **problema de programación matemática** consiste en encontrar una solución al problema:

$$\begin{array}{rll} \text{minimizar} & c(x) & \\ \text{sujeto a} & g_i(x) \geqslant 0 & i = 1, \ldots, m \\ & h_j(x) = 0 & j = 1, \ldots, l. \end{array}$$

Región factible continua



Programación matemática

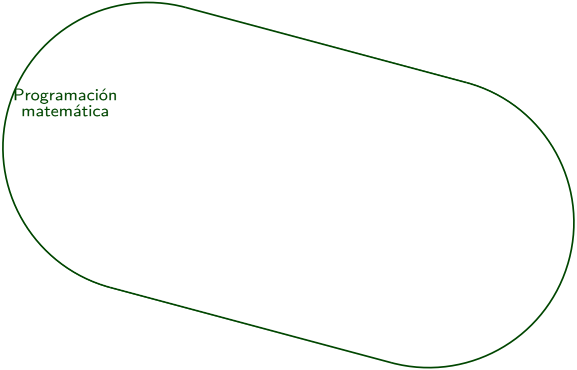
Un **problema de programación matemática** consiste en encontrar una solución al problema:

$$\begin{array}{rll} \text{minimizar} & c(x) & \\ \text{sujeto a} & g_i(x) \geqslant 0 & i = 1, \ldots, m \\ & h_j(x) = 0 & j = 1, \ldots, l. \end{array}$$

Región factible continua

Ventajas

- Gran generalidad



Programación matemática

Un **problema de programación matemática** consiste en encontrar una solución al problema:

$$
\begin{aligned}
\text{minimizar} \quad & c(x) \\
\text{sujeto a} \quad & g_i(x) \geqslant 0 \qquad i = 1, \ldots, m \\
& h_j(x) = 0 \qquad j = 1, \ldots, l.
\end{aligned}
$$

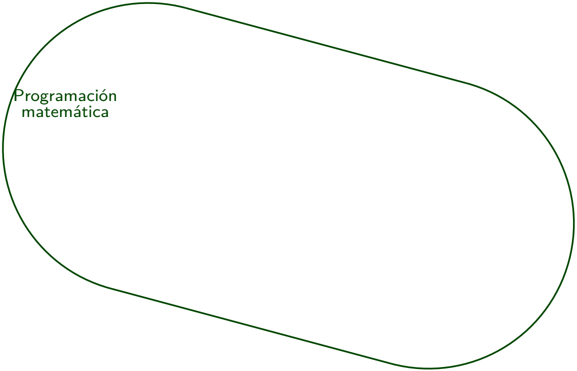
Región factible continua

Ventajas

- Gran generalidad

Inconvenientes

- Difícil de resolver
- No se pueden usar técnicas enumerativas
- Óptimo local/global



Programación matemática

Un **problema de programación matemática** consiste en encontrar una solución al problema:

$$
\begin{array}{rll}
\text{minimizar} & c(x) & \\
\text{sujeto a} & g_i(x) \geqslant 0 & i = 1, \ldots, m \\
& h_j(x) = 0 & j = 1, \ldots, l.
\end{array}
$$

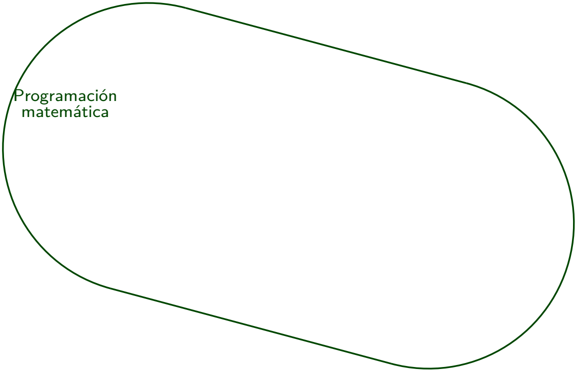
Región factible continua

Ventajas

- Gran generalidad

Inconvenientes

- Difícil de resolver
- No se pueden usar técnicas enumerativas
- Óptimo local/global



Programación convexa

Programación convexa

Un **problema de programación convexo** consiste en encontrar una solución al problema:

$$\begin{array}{rll} \text{minimizar} & c(x) & \\ \text{sujeto a} & g_i(x) \geqslant 0 & i = 1, \ldots, m \\ & h_j(x) = 0 & j = 1, \ldots, l, \end{array}$$

donde c es convexa, las g_i son cóncavas y las h_j son lineales

Programación convexa

Un **problema de programación convexo** consiste en encontrar una solución al problema:

$$\begin{aligned} \text{minimizar} \quad & c(x) \\ \text{sujeto a} \quad & g_i(x) \geqslant 0 \qquad i = 1, \ldots, m \\ & h_j(x) = 0 \qquad j = 1, \ldots, l, \end{aligned}$$

donde c es convexa, las g_i son cóncavas y las h_j son lineales

Programación convexa

Un **problema de programación convexo** consiste en encontrar una solución al problema:

$$\begin{array}{rll} \text{minimizar} & c(x) & \\ \text{sujeto a} & g_i(x) \geqslant 0 & i = 1, \ldots, m \\ & h_j(x) = 0 & j = 1, \ldots, l, \end{array}$$

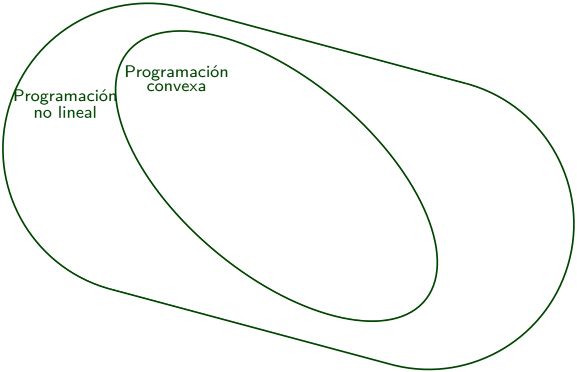
donde c es convexa y la región factible es convexa

Programación convexa

Un **problema de programación convexo** consiste en encontrar una solución al problema:

$$\begin{array}{rll} \text{minimizar} & c(x) & \\ \text{sujeto a} & g_i(x) \geqslant 0 & i = 1, \ldots, m \\ & h_j(x) = 0 & j = 1, \ldots, l, \end{array}$$

donde c es convexa y la región factible es convexa



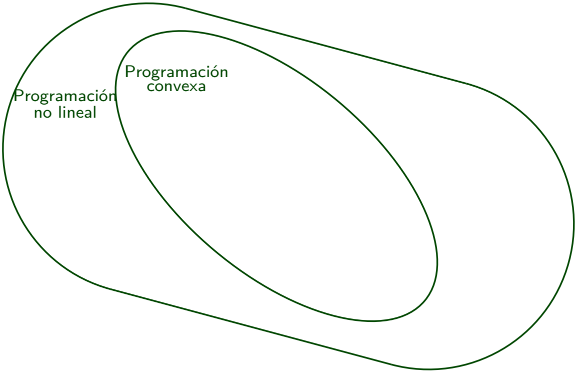
Programación convexa

Un **problema de programación convexo** consiste en encontrar una solución al problema:

$$
\begin{array}{rll}
\text{minimizar} & c(x) & \\
\text{sujeto a} & g_i(x) \geqslant 0 & i = 1, \ldots, m \\
& h_j(x) = 0 & j = 1, \ldots, l,
\end{array}
$$

donde c es convexa y la región factible es convexa

Conjunto factible continuo



Programación convexa

Un **problema de programación convexo** consiste en encontrar una solución al problema:

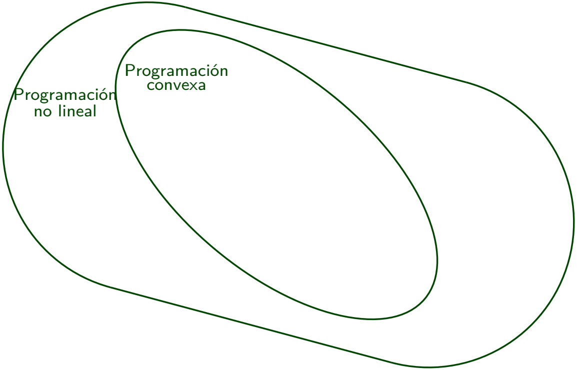
$$\begin{array}{rll} \text{minimizar} & c(x) & \\ \text{sujeto a} & g_i(x) \geqslant 0 & i = 1, \ldots, m \\ & h_j(x) = 0 & j = 1, \ldots, l, \end{array}$$

donde c es convexa y la región factible es convexa

Conjunto factible continuo

Ventajas

- Ópt. Local ⇒ Global
- Combinación convexa óptimos ⇒ óptimo



Programación convexa

Un **problema de programación convexo** consiste en encontrar una solución al problema:

$$\begin{aligned} \text{minimizar} \quad & c(x) \\ \text{sujeto a} \quad & g_i(x) \geqslant 0 \qquad i = 1, \ldots, m \\ & h_j(x) = 0 \qquad j = 1, \ldots, l, \end{aligned}$$

donde c es convexa y la región factible es convexa

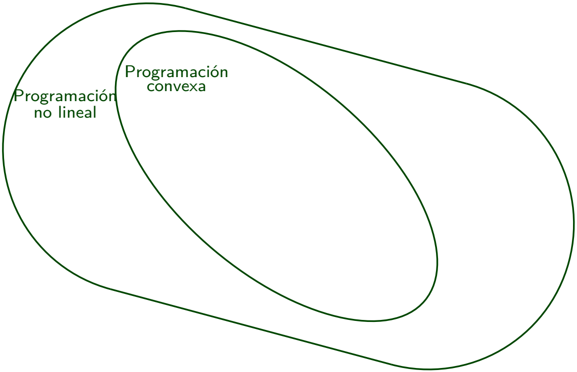
Conjunto factible continuo

Ventajas

- Ópt. Local ⇒ Global
- Combinación convexa óptimos ⇒ óptimo

Inconvenientes

- No se pueden usar técnicas enumerativas



Programación convexa

Un **problema de programación convexo** consiste en encontrar una solución al problema:

$$\begin{array}{rll} \text{minimizar} & c(x) & \\ \text{sujeto a} & g_i(x) \geqslant 0 & i = 1, \ldots, m \\ & h_j(x) = 0 & j = 1, \ldots, l, \end{array}$$

donde c es convexa y la región factible es convexa

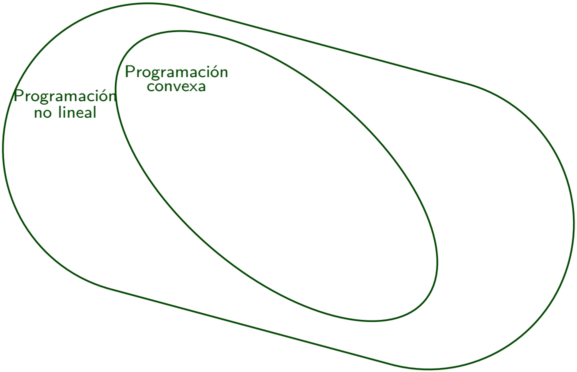
Conjunto factible continuo

Ventajas

- Ópt. Local ⇒ Global
- Combinación convexa óptimos ⇒ óptimo

Inconvenientes

- No se pueden usar técnicas enumerativas



Programación convexa

Programación convexa

Lema

Dado un problema de programación convexa, todo óptimo local es un óptimo global.

Programación convexa

Lema

Dado un problema de programación convexa, todo óptimo local es un óptimo global.

Demostración.

$\square$

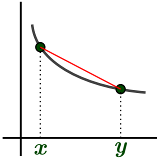
Programación convexa

Lema

Dado un problema de programación convexa, todo óptimo local es un óptimo global.

Demostración.

- f convexa



- región factible convexa

$\square$

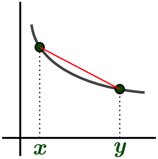
Programación convexa

Lema

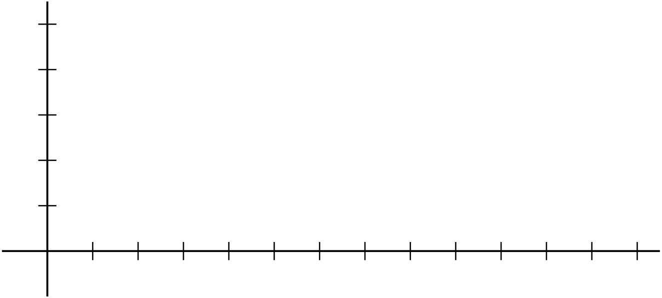
Dado un problema de programación convexa, todo óptimo local es un óptimo global.

Demostración.

- f convexa



- región factible convexa



□

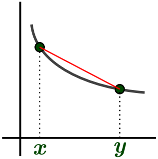
Programación convexa

Lema

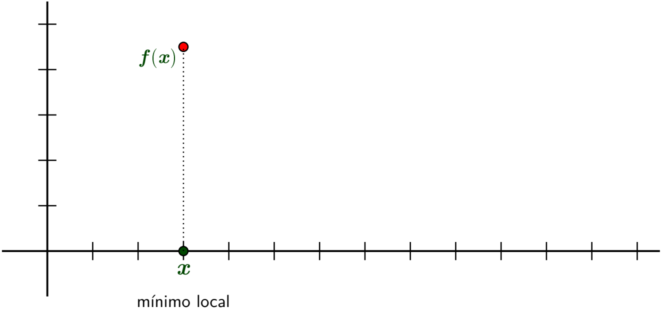
Dado un problema de programación convexa, todo óptimo local es un óptimo global.

Demostración.

- f convexa



- región factible convexa



$\square$

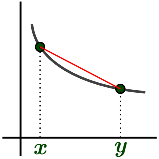
Programación convexa

Lema

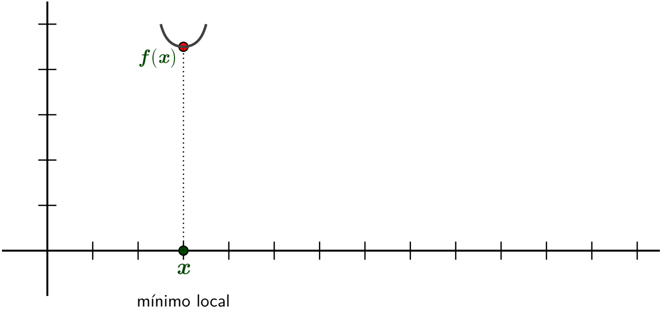
Dado un problema de programación convexa, todo óptimo local es un óptimo global.

Demostración.

- f convexa



- región factible convexa



□

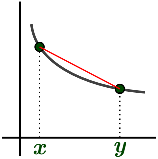
Programación convexa

Lema

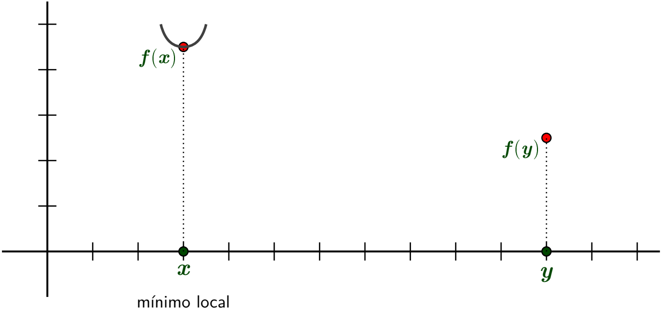
Dado un problema de programación convexa, todo óptimo local es un óptimo global.

Demostración.

- f convexa



- región factible convexa



□

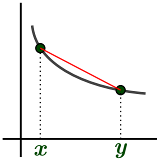
Programación convexa

Lema

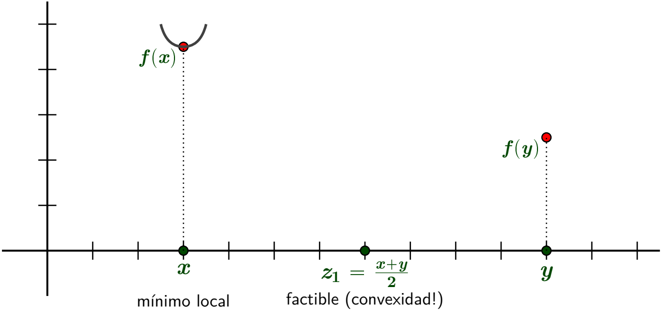
Dado un problema de programación convexa, todo óptimo local es un óptimo global.

Demostración.

- f convexa



- región factible convexa



$\square$

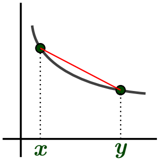
Programación convexa

Lema

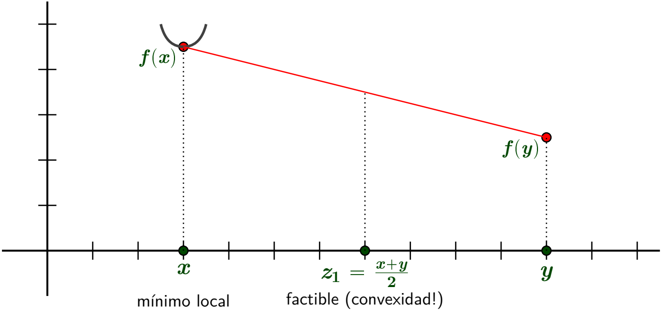
Dado un problema de programación convexa, todo óptimo local es un óptimo global.

Demostración.

- f convexa



- región factible convexa



$\square$

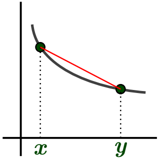
Programación convexa

Lema

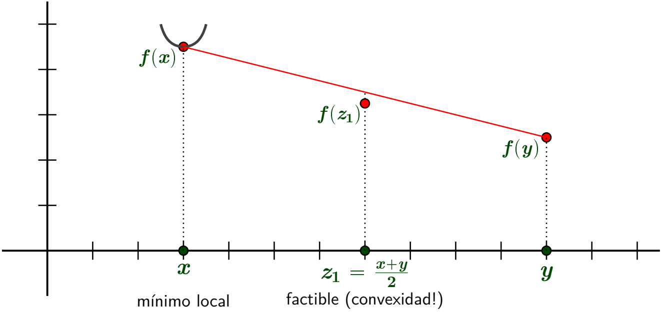
Dado un problema de programación convexa, todo óptimo local es un óptimo global.

Demostración.

- f convexa



- región factible convexa



$\square$

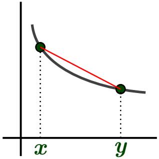
Programación convexa

Lema

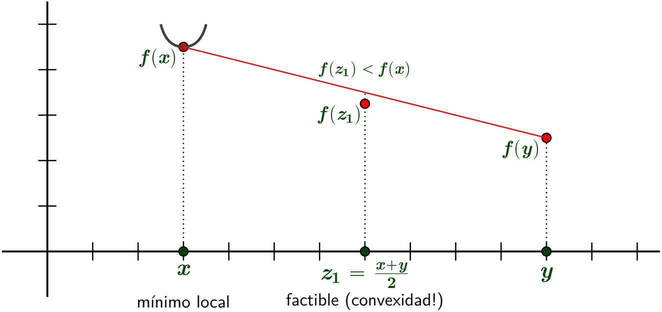
Dado un problema de programación convexa, todo óptimo local es un óptimo global.

Demostración.

- f convexa



- región factible convexa



□

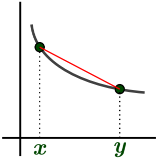
Programación convexa

Lema

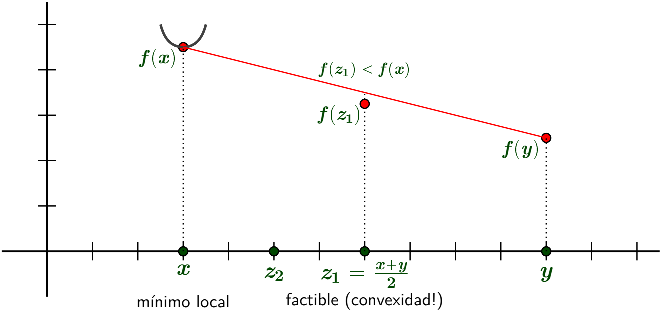
Dado un problema de programación convexa, todo óptimo local es un óptimo global.

Demostración.

- f convexa



- región factible convexa



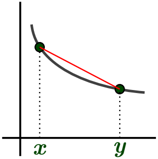
$\square$

Programación convexa

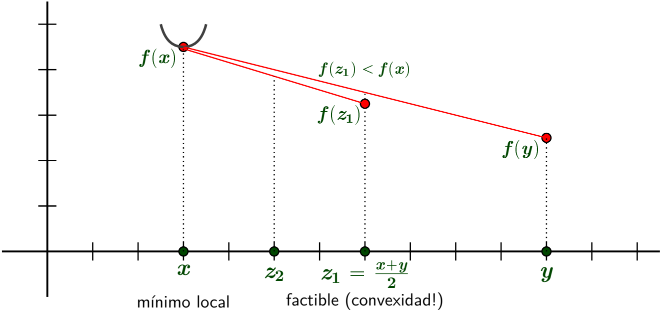
Lema
Dado un problema de programación convexa, todo óptimo local es un óptimo global.

Demostración.

- f convexa



- región factible convexa



$\square$

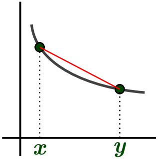
Programación convexa

Lema

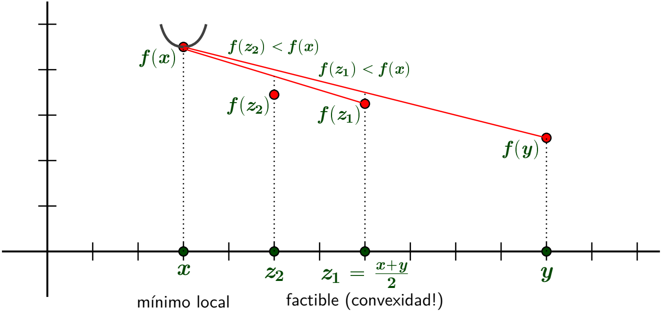
Dado un problema de programación convexa, todo óptimo local es un óptimo global.

Demostración.

- f convexa



- región factible convexa



$\square$

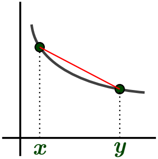
Programación convexa

Lema

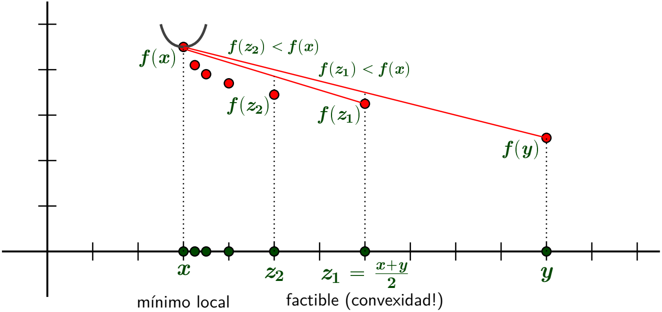
Dado un problema de programación convexa, todo óptimo local es un óptimo global.

Demostración.

- f convexa



- región factible convexa



□

Programación lineal

Programación lineal

Un **problema de programación lineal** consiste en encontrar una solución al problema:

$$\begin{array}{rll} \text{minimizar} & c(x) & \\ \text{sujeto a} & g_i(x) \geqslant 0 & i = 1, \ldots, m \\ & h_j(x) = 0 & j = 1, \ldots, l, \end{array}$$

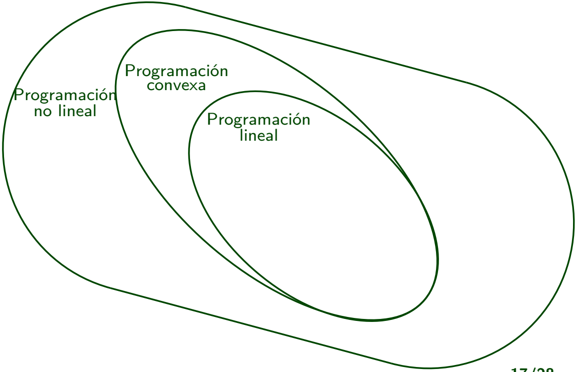
donde c, las g_i y las h_j son **lineales**.

Programación lineal

Un **problema de programación lineal** consiste en encontrar una solución al problema:

$$\begin{aligned} \text{minimizar} \quad & c(x) & \\ \text{sujeto a} \quad & g_i(x) \geqslant 0 & \quad i = 1, \ldots, m \\ & h_j(x) = 0 & \quad j = 1, \ldots, l, \end{aligned}$$

donde c, las g_i y las h_j son **lineales**.



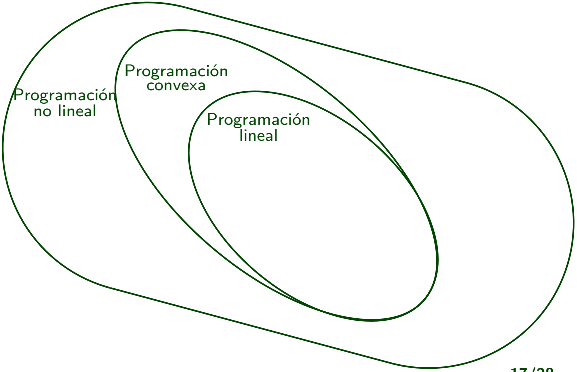
Programación lineal

Un **problema de programación lineal** consiste en encontrar una solución al problema:

$$\begin{array}{rll} \text{minimizar} & c(x) & \\ \text{sujeto a} & g_i(x) \geqslant 0 & i = 1, \ldots, m \\ & h_j(x) = 0 & j = 1, \ldots, l, \end{array}$$

donde c, las g_i y las h_j son **lineales**.

Conjunto factible continuo



Programación lineal

Un **problema de programación lineal** consiste en encontrar una solución al problema:

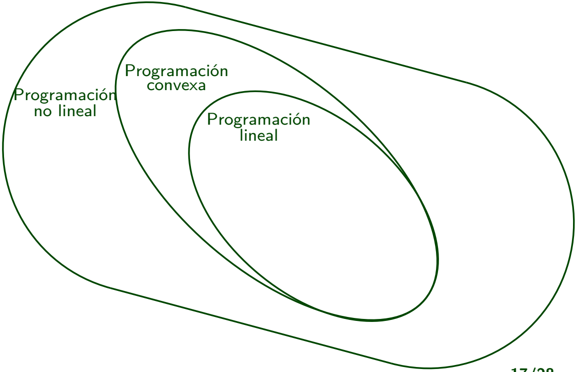
$$\begin{aligned} \text{minimizar} \quad & c(x) \\ \text{sujeto a} \quad & g_i(x) \geqslant 0 \qquad i = 1, \ldots, m \\ & h_j(x) = 0 \qquad j = 1, \ldots, l, \end{aligned}$$

donde c, las g_i y las h_j son **lineales**.

Conjunto factible continuo

Ventajas

- Ópt. Local $\Rightarrow$ Global
- Combinación convexa óptimos $\Rightarrow$ óptimo
- F es un politopo
- Conjunto finito de "candidatos"
- Algoritmos eficientes



Programación lineal

Un **problema de programación lineal** consiste en encontrar una solución al problema:

$$\begin{array}{rll} \text{minimizar} & c(x) & \\ \text{sujeto a} & g_i(x) \geqslant 0 & i = 1, \ldots, m \\ & h_j(x) = 0 & j = 1, \ldots, l, \end{array}$$

donde c, las g_i y las h_j son **lineales**.

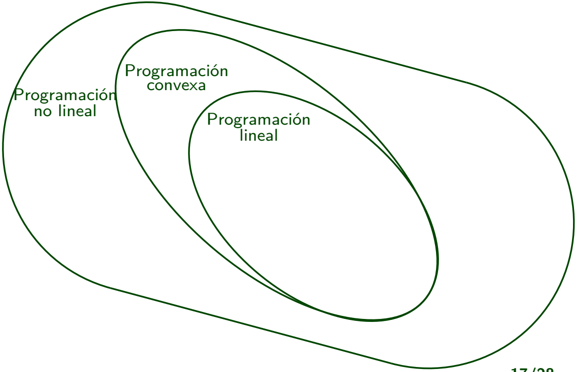
Conjunto factible continuo

Ventajas

- Ópt. Local ⇒ Global
- Combinación convexa óptimos ⇒ óptimo
- F es un politopo
- Conjunto finito de "candidatos"
- Algoritmos eficientes

Inconvenientes

- Menos General



Programación lineal

Un **problema de programación lineal** consiste en encontrar una solución al problema:

$$\begin{array}{rll} \text{minimizar} & c(x) & \\ \text{sujeto a} & g_i(x) \geqslant 0 & i = 1, \ldots, m \\ & h_j(x) = 0 & j = 1, \ldots, l, \end{array}$$

donde c, las g_i y las h_j son **lineales**.

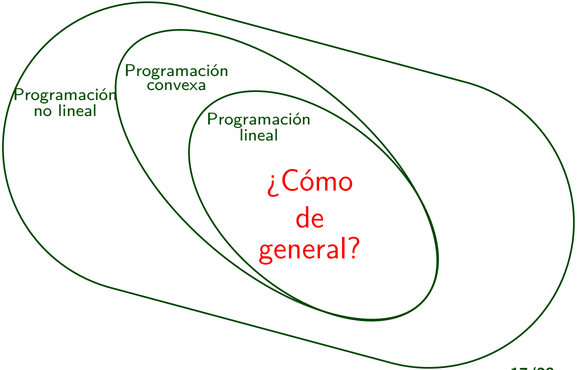
Conjunto factible continuo

Ventajas

- Ópt. Local ⇒ Global
- Combinación convexa óptimos ⇒ óptimo
- F es un politopo
- Conjunto finito de "candidatos"
- Algoritmos eficientes

Inconvenientes

- Menos General



Programación lineal entera

Un **problema de programación lineal entera** consiste resolver:

$$\begin{aligned} \text{minimizar} \quad & c(x) & \\ \text{sujeto a} \quad & g_i(x) \geqslant 0 \qquad & i = 1, \ldots, m \\ & h_j(x) = 0 \qquad & j = 1, \ldots, l \\ & \boldsymbol{x} \in \mathbb{Z}^{\boldsymbol{n}}, & \end{aligned}$$

donde c, las g_i y las h_j son **lineales**.

Programación lineal entera

Un **problema de programación lineal entera** consiste resolver:

$$\begin{aligned} \text{minimizar} \quad & c(x) \\ \text{sujeto a} \quad & g_i(x) \geqslant 0 \qquad i = 1, \ldots, m \\ & h_j(x) = 0 \qquad j = 1, \ldots, l \\ & \boldsymbol{x \in \mathbb{Z}^n}, \end{aligned}$$

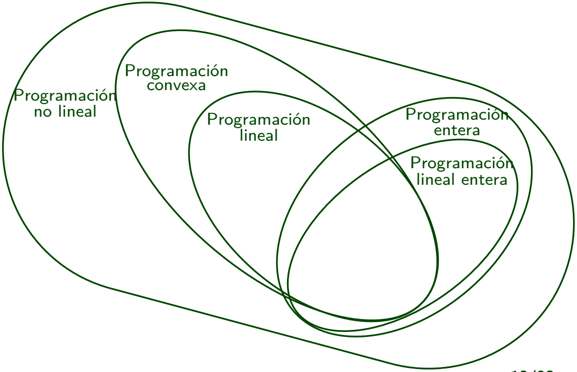
donde c, las g_i y las h_j son **lineales**.

Programación lineal entera

Un **problema de programación lineal entera** consiste resolver:

$$\begin{array}{rll} \text{minimizar} & c(x) & \\ \text{sujeto a} & g_i(x) \geqslant 0 & i = 1, \ldots, m \\ & h_j(x) = 0 & j = 1, \ldots, l \\ & \boldsymbol{x} \in \mathbb{Z}^{\boldsymbol{n}}, & \end{array}$$

donde c, las g_i y las h_j son **lineales**.



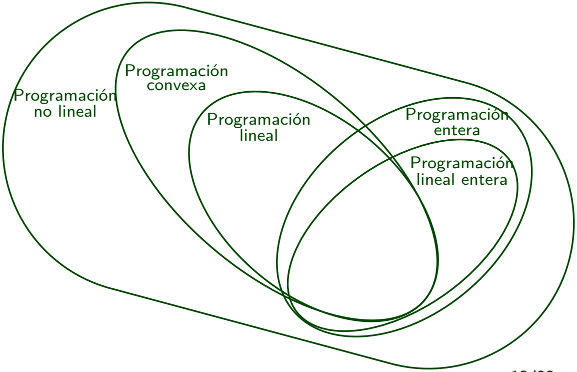
Programación lineal entera

Un **problema de programación lineal entera** consiste resolver:

$$\begin{aligned} \text{minimizar} \quad & c(x) & \\ \text{sujeto a} \quad & g_i(x) \geqslant 0 & i = 1, \ldots, m \\ & h_j(x) = 0 & j = 1, \ldots, l \\ & \boldsymbol{x} \in \mathbb{Z}^{\boldsymbol{n}}, & \end{aligned}$$

donde c, las g_i y las h_j son **lineales**.

Conjunto factible discreto



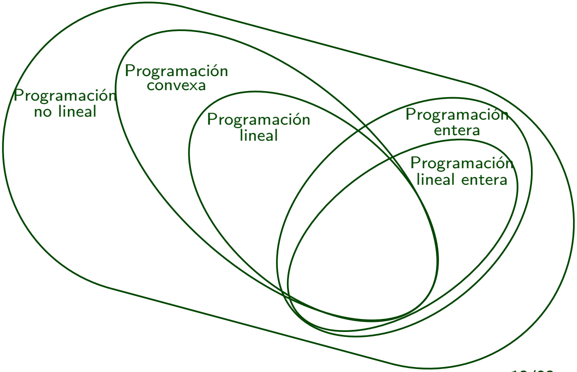
Programación lineal entera

Un **problema de programación lineal entera** consiste resolver:

$$\begin{aligned} \text{minimizar} \quad & c(x) \\ \text{sujeto a} \quad & g_i(x) \geqslant 0 \qquad i = 1, \ldots, m \\ & h_j(x) = 0 \qquad j = 1, \ldots, l \\ & \boldsymbol{x} \in \mathbb{Z}^{\boldsymbol{n}}, \end{aligned}$$

donde c, las g_i y las h_j son **lineales**.

Conjunto factible discreto



Programación lineal entera

Un **problema de programación lineal entera** consiste resolver:

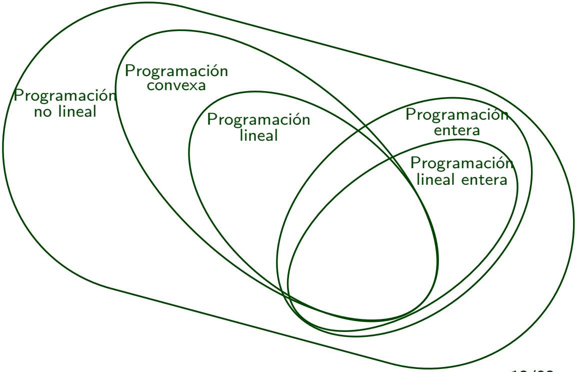
$$
\begin{aligned}
\text{minimizar} \quad & c(x) & \\
\text{sujeto a} \quad & g_i(x) \geqslant 0 & i = 1, \ldots, m \\
& h_j(x) = 0 & j = 1, \ldots, l \\
& \boldsymbol{x} \in \mathbb{Z}^{\boldsymbol{n}}, &
\end{aligned}
$$

donde c, las g_i y las h_j son **lineales**.

Conjunto factible discreto

Ventajas

- Podemos usar técnicas enumerativas



Programación lineal entera

Un **problema de programación lineal entera** consiste resolver:

$$\begin{array}{rll} \text{minimizar} & c(x) & \\ \text{sujeto a} & g_i(x) \geqslant 0 & i = 1, \ldots, m \\ & h_j(x) = 0 & j = 1, \ldots, l \\ & \boldsymbol{x} \in \mathbb{Z}^{\boldsymbol{n}}, & \end{array}$$

donde c, las g_i y las h_j son **lineales**.

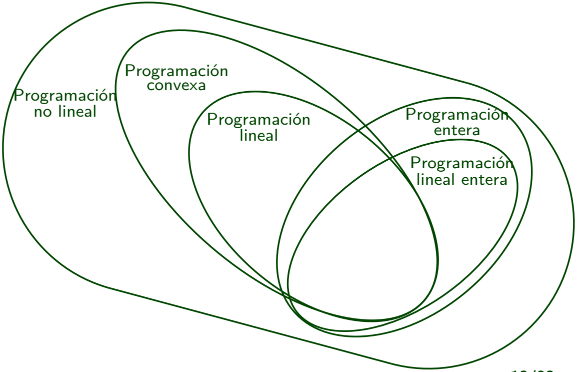
Conjunto factible discreto

Ventajas

- Podemos usar técnicas enumerativas

Inconvenientes

- Conjunto factible no convexo



Algoritmos y velocidad

Algoritmos y velocidad

- **Objetivo:** resolver problemas reales
- Mediante algoritmos **eficientes** para cada clase de problemas
- **Eficiente:** tiempo de ejecución crece polinomialmente con el tamaño del problema

Algoritmos y velocidad

- **Objetivo:** resolver problemas reales
- Mediante algoritmos **eficientes** para cada clase de problemas
- **Eficiente:** tiempo de ejecución crece polinomialmente con el tamaño del problema (en el peor caso!)

Algoritmos y velocidad

- **Objetivo:** resolver problemas reales
- Mediante algoritmos **eficientes** para cada clase de problemas
- **Eficiente:** tiempo de ejecución crece polinomialmente con el tamaño del problema (en el peor caso!)

n	$\log(n)$	$\sqrt{n}$	n^2	n^3	2^n	$n!$
10	3.32	3.16	10^2	10^3	1024	$3.6 \cdot 10^6$
100	6.64	10.00	10^4	10^6	$1.27 \cdot 10^{30}$	$9.33 \cdot 10^{157}$
1000	9.97	31.62	10^6	10^9	$1.07 \cdot 10^{301}$	$4.02 \cdot 10^{2567}$
10000	13.29	100.00	10^8	10^{12}	$0.99 \cdot 10^{3010}$	$2.85 \cdot 10^{35.659}$

Algoritmos y velocidad

- **Objetivo:** resolver problemas reales
- Mediante algoritmos **eficientes** para cada clase de problemas
- **Eficiente:** tiempo de ejecución crece polinomialmente con el tamaño del problema (en el peor caso!)

n	$\log(n)$	$\sqrt{n}$	n^2	n^3	2^n	$n!$
10	3.32	3.16	10^2	10^3	1024	$3.6 \cdot 10^6$
100	6.64	10.00	10^4	10^6	$1.27 \cdot 10^{30}$	$9.33 \cdot 10^{157}$
1000	9.97	31.62	10^6	10^9	$1.07 \cdot 10^{301}$	$4.02 \cdot 10^{2567}$
10000	13.29	100.00	10^8	10^{12}	$0.99 \cdot 10^{3010}$	$2.85 \cdot 10^{35.659}$

PL $\Rightarrow$ $O(n^{3.5})$

PLE $\Rightarrow$ $O(2^n)$

Algoritmos y velocidad

- **Objetivo:** resolver problemas reales
- Mediante algoritmos **eficientes** para cada clase de problemas
- **Eficiente:** tiempo de ejecución crece polinomialmente con el tamaño del problema (en el peor caso!)

n	$\log(n)$	$\sqrt{n}$	n^2	n^3	2^n	$n!$
10	3.32	3.16	10^2	10^3	1024	$3.6 \cdot 10^6$
100	6.64	10.00	10^4	10^6	$1.27 \cdot 10^{30}$	$9.33 \cdot 10^{157}$
1000	9.97	31.62	10^6	10^9	$1.07 \cdot 10^{301}$	$4.02 \cdot 10^{2567}$
10000	13.29	100.00	10^8	10^{12}	$0.99 \cdot 10^{3010}$	$2.85 \cdot 10^{35.659}$

Estrellas en el universo conocido: $7 \cdot 10^{22}$ PL $\Rightarrow O(n^{3.5})$
Átomos en el universo conocido: 10^{80} PLE $\Rightarrow O(2^n)$

Algoritmos y velocidad

- **Objetivo:** resolver problemas reales
- Mediante algoritmos **eficientes** para cada clase de problemas
- **Eficiente:** tiempo de ejecución crece polinomialmente con el tamaño del problema (en el peor caso!)

n	$\log(n)$	$\sqrt{n}$	n^2	n^3	2^n	$n!$
10	3.32	3.16	10^2	10^3	1024	$3.6 \cdot 10^6$
100	6.64	10.00	10^4	10^6	$1.27 \cdot 10^{30}$	$9.33 \cdot 10^{157}$
1000	9.97	31.62	10^6	10^9	$1.07 \cdot 10^{301}$	$4.02 \cdot 10^{2567}$
10000	13.29	100.00	10^8	10^{12}	$0.99 \cdot 10^{3010}$	$2.85 \cdot 10^{35.659}$

Estrellas en el universo conocido: $7 \cdot 10^{22}$ PL $\Rightarrow$ $O(n^{3.5})$
Átomos en el universo conocido: 10^{80} PLE $\Rightarrow$ $O(2^n)$
Supercomputador más potente: $3.3 \cdot 10^{16}$ operaciones por segundo
Ordenador de sobremesa potente: $4 \cdot 10^{12}$ operaciones por segundo

Algoritmos y velocidad

- **Objetivo:** resolver problemas reales
- Mediante algoritmos **eficientes** para cada clase de problemas
- **Eficiente:** tiempo de ejecución crece polinomialmente con el tamaño del problema (en el peor caso!)

n	$\log(n)$	$\sqrt{n}$	n^2	n^3	2^n	$n!$
10	3.32	3.16	10^2	10^3	1024	$3.6 \cdot 10^6$
100	6.64	10.00	10^4	10^6	$1.27 \cdot 10^{30}$	$9.33 \cdot 10^{157}$
1000	9.97	31.62	10^6	10^9	$1.07 \cdot 10^{301}$	$4.02 \cdot 10^{2567}$
10000	13.29	100.00	10^8	10^{12}	$0.99 \cdot 10^{3010}$	$2.85 \cdot 10^{35.659}$

Estrellas en el universo conocido: $7 \cdot 10^{22}$ PL $\Rightarrow O(n^{3.5})$
Átomos en el universo conocido: 10^{80} PLE $\Rightarrow O(2^n)$
Supercomputador más potente: $3.3 \cdot 10^{16}$ operaciones por segundo
Ordenador de sobremesa potente: $4 \cdot 10^{12}$ operaciones por segundo

Velocidad	Tamaño	Tiempo	Tamaño	Tiempo

Algoritmos y velocidad

- **Objetivo:** resolver problemas reales
- Mediante algoritmos **eficientes** para cada clase de problemas
- **Eficiente:** tiempo de ejecución crece polinomialmente con el tamaño del problema (en el peor caso!)

n	$\log(n)$	$\sqrt{n}$	n^2	n^3	2^n	$n!$
10	3.32	3.16	10^2	10^3	1024	$3.6 \cdot 10^6$
100	6.64	10.00	10^4	10^6	$1.27 \cdot 10^{30}$	$9.33 \cdot 10^{157}$
1000	9.97	31.62	10^6	10^9	$1.07 \cdot 10^{301}$	$4.02 \cdot 10^{2567}$
10000	13.29	100.00	10^8	10^{12}	$0.99 \cdot 10^{3010}$	$2.85 \cdot 10^{35.659}$

Estrellas en el universo conocido: $7 \cdot 10^{22}$ PL $\Rightarrow$ $O(n^{3.5})$
Átomos en el universo conocido: 10^{80} PLE $\Rightarrow$ $O(2^n)$
Supercomputador más potente: $3.3 \cdot 10^{16}$ operaciones por segundo
Ordenador de sobremesa potente: $4 \cdot 10^{12}$ operaciones por segundo

Velocidad	**Tamaño**	**Tiempo**	**Tamaño**	**Tiempo**
Exp $O(2^n)$	100	1 millón de años	1000	10^{276} años

Algoritmos y velocidad

- **Objetivo:** resolver problemas reales
- Mediante algoritmos **eficientes** para cada clase de problemas
- **Eficiente:** tiempo de ejecución crece polinomialmente con el tamaño del problema (en el peor caso!)

n	$\log(n)$	$\sqrt{n}$	n^2	n^3	2^n	$n!$
10	3.32	3.16	10^2	10^3	1024	$3.6 \cdot 10^6$
100	6.64	10.00	10^4	10^6	$1.27 \cdot 10^{30}$	$9.33 \cdot 10^{157}$
1000	9.97	31.62	10^6	10^9	$1.07 \cdot 10^{301}$	$4.02 \cdot 10^{2567}$
10000	13.29	100.00	10^8	10^{12}	$0.99 \cdot 10^{3010}$	$2.85 \cdot 10^{35.659}$

Estrellas en el universo conocido: $7 \cdot 10^{22}$ PL $\Rightarrow O(n^{3.5})$

Átomos en el universo conocido: 10^{80} PLE $\Rightarrow O(2^n)$

Supercomputador más potente: $3.3 \cdot 10^{16}$ operaciones por segundo

Ordenador de sobremesa potente: $4 \cdot 10^{12}$ operaciones por segundo

Velocidad	**Tamaño**	**Tiempo**	**Tamaño**	**Tiempo**
Exp $O(2^n)$	100	1 millón de años	1000	10^{276} años
Pol $O(n^3)$	100	instantáneo	10^6	1 segundo

Algoritmos y velocidad

- **Objetivo:** resolver problemas reales
- Mediante algoritmos **eficientes** para cada clase de problemas
- **Eficiente:** tiempo de ejecución crece polinomialmente con el tamaño del problema (en el peor caso!)

n	$\log(n)$	$\sqrt{n}$	n^2	n^3	2^n	$n!$
10	3.32	3.16	10^2	10^3	1024	$3.6 \cdot 10^6$
100	6.64	10.00	10^4	10^6	$1.27 \cdot 10^{30}$	$9.33 \cdot 10^{157}$
1000	9.97	31.62	10^6	10^9	$1.07 \cdot 10^{301}$	$4.02 \cdot 10^{2567}$
10000	13.29	100.00	10^8	10^{12}	$0.99 \cdot 10^{3010}$	$2.85 \cdot 10^{35.659}$

Estrellas en el universo conocido: $7 \cdot 10^{22}$ PL $\Rightarrow O(n^{3.5})$
Átomos en el universo conocido: 10^{80} PLE $\Rightarrow O(2^n)$
Supercomputador más potente: $3.3 \cdot 10^{16}$ operaciones por segundo
Ordenador de sobremesa potente: $4 \cdot 10^{12}$ operaciones por segundo

Velocidad	**Tamaño**	**Tiempo**	**Tamaño**	**Tiempo**
Exp $O(2^n)$	100	1 millón de años	1000	10^{276} años
Pol $O(n^3)$	100	instantáneo	10^6	1 segundo

Algoritmos y velocidad

- **Objetivo:** resolver problemas reales
- Mediante algoritmos **eficientes** para cada clase de problemas
- **Eficiente:** tiempo de ejecución crece polinomialmente con el tamaño del problema (en el peor caso!)

n	$\log(n)$	$\sqrt{n}$	n^2	n^3	2^n	$n!$
10	3.32	3.16	10^2	10^3	1024	$3.6 \cdot 10^6$
100	6.64	10.00	10^4	10^6	$1.27 \cdot 10^{30}$	$9.33 \cdot 10^{157}$
1000	9.97	31.62	10^6	10^9	$1.07 \cdot 10^{301}$	$4.02 \cdot 10^{2567}$
10000	13.29	100.00	10^8	10^{12}	$0.99 \cdot 10^{3010}$	$2.85 \cdot 10^{35.659}$

Estrellas en el universo conocido: $7 \cdot 10^{22}$ PL $\Rightarrow O(n^{3.5})$

Átomos en el universo conocido: 10^{80} PLE $\Rightarrow O(2^n)$

Supercomputador más potente: $3.3 \cdot 10^{16}$ operaciones por segundo

Ordenador de sobremesa potente: $4 \cdot 10^{12}$ operaciones por segundo

Velocidad	**Tamaño**	**Tiempo**	**Tamaño**	**Tiempo**
Exp $O(2^n)$	100	1 millón de años	1000	10^{276} años
Pol $O(n^3)$	100	instantáneo	10^6	1 segundo

Algoritmos y velocidad

- **Objetivo:** resolver problemas reales
- Mediante algoritmos **eficientes** para cada clase de problemas
- **Eficiente:** tiempo de ejecución crece polinomialmente con el tamaño del problema (en el peor caso!)

n	$\log(n)$	$\sqrt{n}$	n^2	n^3	2^n	$n!$
10	3.32	3.16	10^2	10^3	1024	$3.6 \cdot 10^6$
100	6.64	10.00	10^4	10^6	$1.27 \cdot 10^{30}$	$9.33 \cdot 10^{157}$
1000	9.97	31.62	10^6	10^9	$1.07 \cdot 10^{301}$	$4.02 \cdot 10^{2567}$
10000	13.29	100.00	10^8	10^{12}	$0.99 \cdot 10^{3010}$	$2.85 \cdot 10^{35.659}$

Estrellas en el universo conocido: $7 \cdot 10^{22}$ PL $\Rightarrow$ $O(n^{3.5})$
Átomos en el universo conocido: 10^{80} PLE $\Rightarrow$ $O(2^n)$
Supercomputador más potente: $3.3 \cdot 10^{16}$ operaciones por segundo
Ordenador de sobremesa potente: $4 \cdot 10^{12}$ operaciones por segundo

Velocidad	**Tamaño**	**Tiempo**	**Tamaño**	**Tiempo**
Exp $O(2^n)$	100	1 millón de años	1000	10^{276} años
Pol $O(n^3)$	100	instantáneo	10^6	1 segundo

Algoritmos y velocidad

- **Objetivo:** resolver problemas reales
- Mediante algoritmos **eficientes** para cada clase de problemas
- **Eficiente:** tiempo de ejecución crece polinomialmente con el tamaño del problema (en el peor caso!)

n	$\log(n)$	$\sqrt{n}$	n^2	n^3	2^n	$n!$
10	3.32	3.16	10^2	10^3	1024	$3.6 \cdot 10^6$
100	6.64	10.00	10^4	10^6	$1.27 \cdot 10^{30}$	$9.33 \cdot 10^{157}$
1000	9.97	31.62	10^6	10^9	$1.07 \cdot 10^{301}$	$4.02 \cdot 10^{2567}$
10000	13.29	100.00	10^8	10^{12}	$0.99 \cdot 10^{3010}$	$2.85 \cdot 10^{35.659}$

Estrellas en el universo conocido: $7 \cdot 10^{22}$ PL $\Rightarrow$ $O(n^{3.5})$

Átomos en el universo conocido: 10^{80} PLE $\Rightarrow$ $O(2^n)$

Supercomputador más potente: $3.3 \cdot 10^{16}$ operaciones por segundo

Ordenador de sobremesa potente: $4 \cdot 10^{12}$ operaciones por segundo

Velocidad	**Tamaño**	**Tiempo**	**Tamaño**	**Tiempo**
Exp $O(2^n)$	100	1 millón de años	1000	10^{276} años
Pol $O(n^3)$	100	instantáneo	10^6	1 segundo

Algoritmos y velocidad

- **Objetivo:** resolver problemas reales
- Mediante algoritmos **eficientes** para cada clase de problemas
- **Eficiente:** tiempo de ejecución crece polinomialmente con el tamaño del problema (en el peor caso!)

n	$\log(n)$	$\sqrt{n}$	n^2	n^3	2^n	$n!$
10	3.32	3.16	10^2	10^3	1024	$3.6 \cdot 10^6$
100	6.64	10.00	10^4	10^6	$1.27 \cdot 10^{30}$	$9.33 \cdot 10^{157}$
1000	9.97	31.62	10^6	10^9	$1.07 \cdot 10^{301}$	$4.02 \cdot 10^{2567}$
10000	13.29	100.00	10^8	10^{12}	$0.99 \cdot 10^{3010}$	$2.85 \cdot 10^{35.659}$

Estrellas en el universo conocido: $7 \cdot 10^{22}$ PL $\Rightarrow$ $O(n^{3.5})$

Átomos en el universo conocido: 10^{80} PLE $\Rightarrow$ $O(2^n)$

Supercomputador más potente: $3.3 \cdot 10^{16}$ operaciones por segundo

Ordenador de sobremesa potente: $4 \cdot 10^{12}$ operaciones por segundo

Velocidad	**Tamaño**	**Tiempo**	**Tamaño**	**Tiempo**
Exp $O(2^n)$	100	1 millón de años	1000	10^{276} años
Pol $O(n^3)$	100	instantáneo	10^6	1 segundo

Teoría de Juegos

Teoría de Juegos

- Operaciones militares donde la estrategia del rival es importante
- La decisión óptima depende de lo que esté haciendo el rival
- Mucho más difícil encontrar soluciones "universales"

Teoría de Juegos

- Operaciones militares donde la estrategia del rival es importante
- La decisión óptima depende de lo que esté haciendo el rival
- Mucho más difícil encontrar soluciones "universales"

Un decisor $\Longleftrightarrow$ Optimización

Varios decisores $\Longleftrightarrow$ Teoría de Juegos

Teoría de Juegos

- Operaciones militares donde la estrategia del rival es importante
- La decisión óptima depende de lo que esté haciendo el rival
- Mucho más difícil encontrar soluciones "universales"

Un decisor $\Longleftrightarrow$ Optimización

Varios decisores $\Longleftrightarrow$ Teoría de Juegos

- La guerra y el ajedrez son juegos
- La competencia entre multinacionales también

Teoría de Juegos

Teoría de Juegos

Orígenes

Teoría de Juegos

Orígenes

- 1838 Cournot (duopolio+equilibrio)

Teoría de Juegos

Orígenes

- 1838 Cournot (duopolio+equilibrio)
- 1913 Zermelo (ajedrez+solución)

Teoría de Juegos

Orígenes

- 1838 Cournot (duopolio+equilibrio)
- 1913 Zermelo (ajedrez+solución)
- 1921-1927 Borel (estrategia mixta)

Teoría de Juegos

Orígenes

- 1838 Cournot (duopolio+equilibrio)
- 1913 Zermelo (ajedrez+solución)
- 1921-1927 Borel (estrategia mixta)
- 1928 von Neumann (minimax theorem)

Teoría de Juegos

Orígenes

- 1838 Cournot (duopolio+equilibrio)
- 1913 Zermelo (ajedrez+solución)
- 1921-1927 Borel (estrategia mixta)
- 1928 von Neumann (minimax theorem)
- 1944 von Neumann y Morgenstern:

Teoría de Juegos

Orígenes

- 1838 Cournot (duopolio+equilibrio)
- 1913 Zermelo (ajedrez+solución)
- 1921-1927 Borel (estrategia mixta)
- 1928 von Neumann (minimax theorem)
- 1944 von Neumann y Morgenstern:

Theory of Games and Economic Behavior

Teoría de Juegos

Orígenes

- 1838 Cournot (duopolio+equilibrio)
- 1913 Zermelo (ajedrez+solución)
- 1921-1927 Borel (estrategia mixta)
- 1928 von Neumann (minimax theorem)
- 1944 von Neumann y Morgenstern:

Theory of Games and Economic Behavior

- La Segunda Guerra Mundial puso de relevancia la importancia de la teoría de juegos para el análisis estratégico
- Es por ello que en los años 1940-1950 se produjeron grandes avances en teoría de juegos
- Pero fue durante la guerra fría cuando surgieron los ejemplos más notorios

Teoría de Juegos

Orígenes

- 1838 Cournot (duopolio+equilibrio)
- 1913 Zermelo (ajedrez+solución)
- 1921-1927 Borel (estrategia mixta)
- 1928 von Neumann (minimax theorem)
- 1944 von Neumann y Morgenstern:

Theory of Games and Economic Behavior

- La Segunda Guerra Mundial puso de relevancia la importancia de la teoría de juegos para el análisis estratégico
- Es por ello que en los años 1940-1950 se produjeron grandes avances en teoría de juegos
- Pero fue durante la guerra fría cuando surgieron los ejemplos más notorios

Equilibrio de Nash

Equilibrio de Nash

Equilibrio de Nash

Pelea

Equilibrio de Nash

Pelea

		PEDRO	
		Pegar	No Pegar
JUAN	Pegar		
	No Pegar		

Equilibrio de Nash

Pelea

		PEDRO	
		Pegar	No Pegar
JUAN	Pegar		
	No Pegar		-1, -1

Equilibrio de Nash

Pelea

		PEDRO: Pegar	PEDRO: No Pegar
JUAN	Pegar		$\mathbf{0}$, $\mathbf{-20}$
	No Pegar		$\mathbf{-1}$, $\mathbf{-1}$

Equilibrio de Nash

Pelea

		PEDRO	
		Pegar	No Pegar
JUAN	Pegar	-5, -5	0, -20
	No Pegar		-1, -1

Equilibrio de Nash

Pelea

		PEDRO	
		Pegar	No Pegar
JUAN	Pegar	-5, -5	0, -20
	No Pegar	-20, 0	-1, -1

Equilibrio de Nash

Pelea

		PEDRO	
		Pegar	No Pegar
JUAN	Pegar	-5, -5	0, -20
	No Pegar	-20, 0	-1, -1

Equilibrio de Nash

Pelea

		PEDRO	
		Pegar	No Pegar
JUAN	Pegar	-5, -5	0, -20
	No Pegar	-20, 0	-1, -1

Equilibrio de Nash:
Par de estrategias en las que ningún jugador puede ganar desviándose unilateralmente

Equilibrio de Nash

Pelea

		PEDRO	
		Pegar	No Pegar
JUAN	Pegar	-5, -5	0, -20
	No Pegar	-20, 0	-1, -1

Equilibrio de Nash:
Par de estrategias en las que ningún jugador puede ganar desviándose unilateralmente

Pelea con incendio

Equilibrio de Nash

Pelea

JUAN \ PEDRO	Pegar	No Pegar
Pegar	-5, -5	0, -20
No Pegar	-20, 0	-1, -1

Equilibrio de Nash:
Par de estrategias en las que ningún jugador puede ganar desviándose unilateralmente

Pelea con incendio

JUAN \ PEDRO	Pegar	No Pegar
Pegar	$-5 +$ 🔥, $-5 +$ 🔥	$0 +$ 🔥, $-20 +$ 🔥
No Pegar	$-20 +$ 🔥, $0 +$ 🔥	-1, -1

Equilibrio de Nash

Pelea

		PEDRO	
		Pegar	No Pegar
JUAN	Pegar	-5 / -5	0 / -20
	No Pegar	-20 / 0	-1 / -1

Equilibrio de Nash:
Par de estrategias en las que ningún jugador puede ganar desviándose unilateralmente

Pelea con incendio

		PEDRO	
		Pegar	No Pegar
JUAN	Pegar	$-5 +$ 🔥 / $-5 +$ 🔥	$0 +$ 🔥 / $-20 +$ 🔥
	No Pegar	$-20 +$ 🔥 / $0 +$ 🔥	-1 / -1

MAD

MAD

MAD

Mutually Assured Destruction

MAD

Mutually Assured Destruction

- **Una vez que los dos bandos han desarrollado capacidades nucleares**, lo mejor es que los dos tengan arsenales suficientes para borrar al otro de la faz de la tierra

MAD

Mutually Assured Destruction

- **Una vez que los dos bandos han desarrollado capacidades nucleares**, lo mejor es que los dos tengan arsenales suficientes para borrar al otro de la faz de la tierra
- Siempre que haya **"Second strike capability"** (bombarderos, misiles y submarinos)

MAD

Mutually Assured Destruction

- **Una vez que los dos bandos han desarrollado capacidades nucleares**, lo mejor es que los dos tengan arsenales suficientes para borrar al otro de la faz de la tierra
- Siempre que haya **“Second strike capability”** (bombarderos, misiles y submarinos)
- **Disuasión nuclear**

MAD

Mutually Assured Destruction

- **Una vez que los dos bandos han desarrollado capacidades nucleares**, lo mejor es que los dos tengan arsenales suficientes para borrar al otro de la faz de la tierra
- Siempre que haya **"Second strike capability"** (bombarderos, misiles y submarinos)
- **Disuasión nuclear**

- The payoff of the MAD doctrine is expected to be a tense but stable global peace

MAD

Mutually Assured Destruction

- **Una vez que los dos bandos han desarrollado capacidades nucleares**, lo mejor es que los dos tengan arsenales suficientes para borrar al otro de la faz de la tierra
- Siempre que haya **"Second strike capability"** (bombarderos, misiles y submarinos)
- **Disuasión nuclear**

- The payoff of the MAD doctrine is expected to be a tense but stable global peace
- Both the strategy and the acronym MAD are due to von Neumann, who had a taste for humorous acronyms

MAD

Mutually Assured Destruction

- **Una vez que los dos bandos han desarrollado capacidades nucleares**, lo mejor es que los dos tengan arsenales suficientes para borrar al otro de la faz de la tierra
- Siempre que haya **"Second strike capability"** (bombarderos, misiles y submarinos)
- **Disuasión nuclear**

- The payoff of the MAD doctrine is expected to be a tense but stable global peace
- Both the strategy and the acronym MAD are due to von Neumann, who had a taste for humorous acronyms
- Current arms control efforts are aimed at finding a minimum level of mutual assured destruction

MAD

Mutually Assured Destruction

- **Una vez que los dos bandos han desarrollado capacidades nucleares**, lo mejor es que los dos tengan arsenales suficientes para borrar al otro de la faz de la tierra
- Siempre que haya **"Second strike capability"** (bombarderos, misiles y submarinos)
- **Disuasión nuclear**

- The payoff of the MAD doctrine is expected to be a tense but stable global peace
- Both the strategy and the acronym MAD are due to von Neumann, who had a taste for humorous acronyms
- Current arms control efforts are aimed at finding a minimum level of mutual assured destruction

MAD

Guerra preventiva!

Mientras sólo EEUU tenía la bomba

para no caer en el **primer juego** y que la URSS atacase primero

Mutually Assured Destruction

- **Una vez que los dos bandos han desarrollado capacidades nucleares**, lo mejor es que los dos tengan arsenales suficientes para borrar al otro de la faz de la tierra
- Siempre que haya **"Second strike capability"** (bombarderos, misiles y submarinos)
- **Disuasión nuclear**

- The payoff of the MAD doctrine is expected to be a tense but stable global peace
- Both the strategy and the acronym MAD are due to von Neumann, who had a taste for humorous acronyms
- Current arms control efforts are aimed at finding a minimum level of mutual assured destruction

MAD

Guerra preventiva!

Mientras sólo EEUU tenía la bomba

para no caer en el **primer juego** y que la URSS atacase primero

Mutually Assured Destruction W. Churchill $\hookleftarrow\!\hookrightarrow$ B. Russell

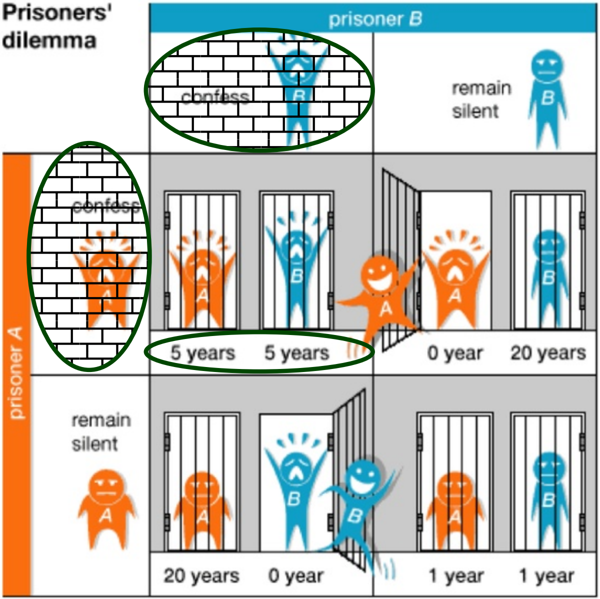
- **Una vez que los dos bandos han desarrollado capacidades nucleares**, lo mejor es que los dos tengan arsenales suficientes para borrar al otro de la faz de la tierra
- Siempre que haya **"Second strike capability"** (bombarderos, misiles y submarinos)
- **Disuasión nuclear**

- The payoff of the MAD doctrine is expected to be a tense but stable global peace
- Both the strategy and the acronym MAD are due to von Neumann, who had a taste for humorous acronyms
- Current arms control efforts are aimed at finding a minimum level of mutual assured destruction

El dilema del prisionero (1950)

El dilema del prisionero (1950)

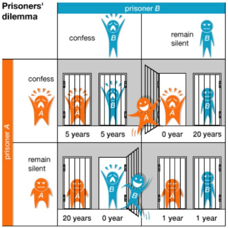
El dilema del prisionero (1950)

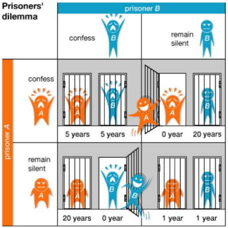


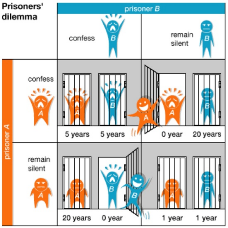
El dilema del prisionero repetido

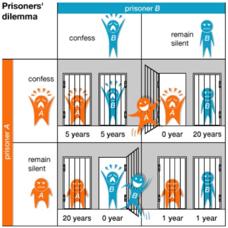
El dilema del prisionero repetido

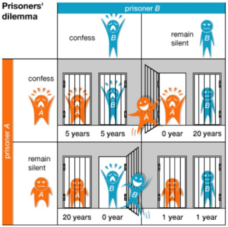
El dilema del prisionero repetido

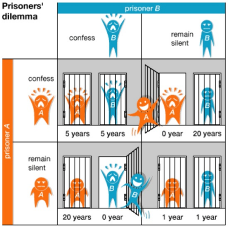


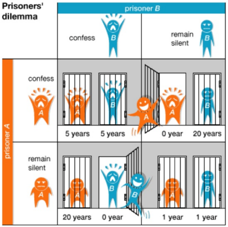


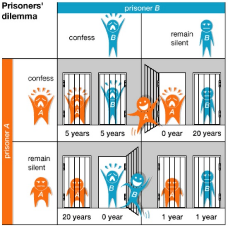




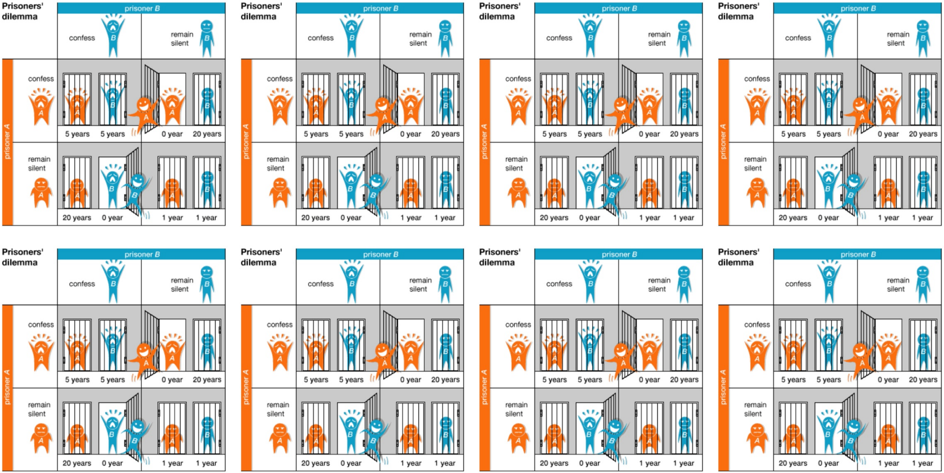






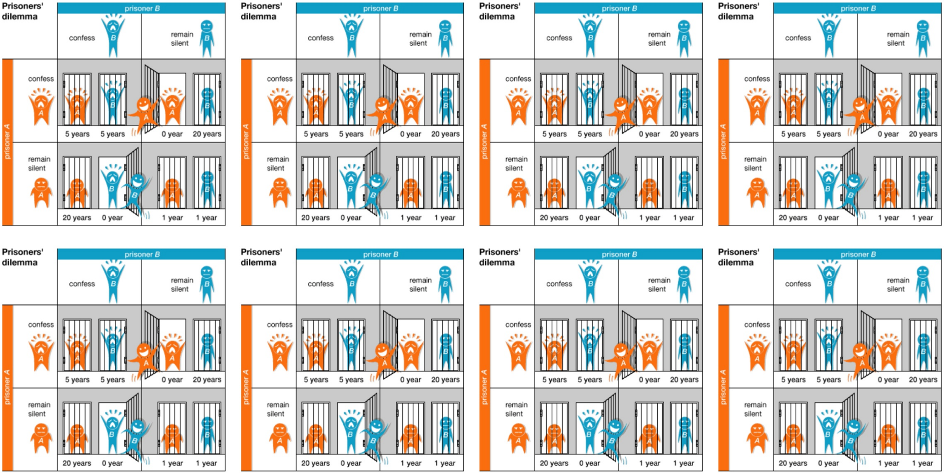


El dilema del prisionero repetido



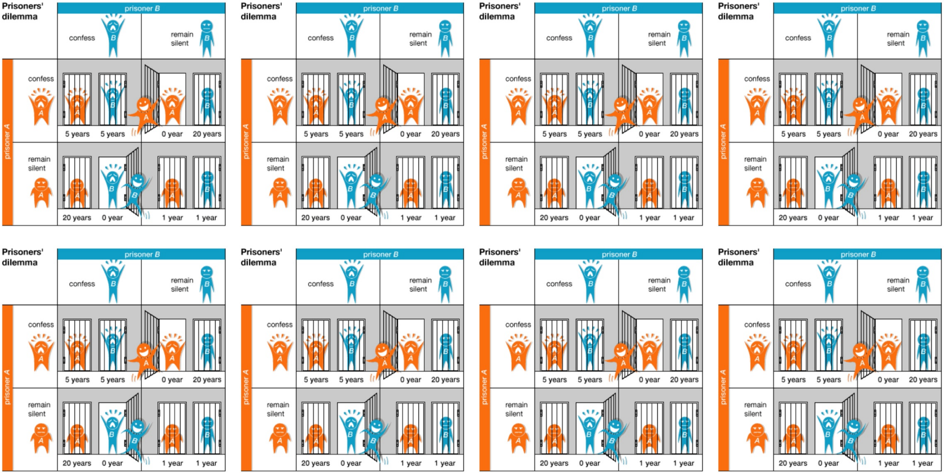
¿Qué hacer?

El dilema del prisionero repetido



¿Qué hacer? Delatar siempre!!

El dilema del prisionero repetido



¿Qué hacer? Delatar siempre!!

“Inducción hacia atrás”

El dilema del prisionero y la carrera armamentística

El dilema del prisionero y la carrera armamentística

		PEDRO	
		Pegar	No Pegar
Juan	Pegar	-5 / -5	0 / -20
	No Pegar	-20 / 0	-1 / -1

El dilema del prisionero y la carrera armamentística

URSS

EEUU		Pegar	No Pegar
	Pegar	-5, -5	0, -20
	No Pegar	-20, 0	-1, -1

El dilema del prisionero y la carrera armamentística

		URSS Fabricar	**URSS** No Fabricar
EEUU	Fabricar	-5, -5	0, -20
EEUU	No Fabricar	-20, 0	-1, -1

El dilema del prisionero y la carrera armamentística

		URSS	
		Fabricar	No Fabricar
EEUU	Fabricar	-5, -5	0, -20
	No Fabricar	-20, 0	-1, -1

¿Qué nos "enseña" la teoría de juegos?

El dilema del prisionero y la carrera armamentística

EEUU \ URSS	Fabricar	No Fabricar
Fabricar	-5, -5	0, -20
No Fabricar	-20, 0	-1, -1

¿Qué nos "enseña" la teoría de juegos?

- **DP.** Si nadie tiene la bomba atómica, **"hay"** que fabricarla

El dilema del prisionero y la carrera armamentística

		URSS	
		Fabricar	No Fabricar
EEUU	Fabricar	-5, -5	0, -20
	No Fabricar	-20, 0	-1, -1

¿Qué nos "enseña" la teoría de juegos?

- **DP.** Si nadie tiene la bomba atómica, **"hay"** que fabricarla
- **GP.** Si sólo la tiene uno **"hay"** que atacar

El dilema del prisionero y la carrera armamentística

		URSS	
		Fabricar	No Fabricar
EEUU	Fabricar	-5, -5	0, -20
	No Fabricar	-20, 0	-1, -1

¿Qué nos "enseña" la teoría de juegos?

- **DP.** Si nadie tiene la bomba atómica, **"hay"** que fabricarla
- **GP.** Si sólo la tiene uno **"hay"** que atacar
- **DP.** Si la tienen los dos **"hay"** que atacar

El dilema del prisionero y la carrera armamentística

		URSS	
		Fabricar	No Fabricar
EEUU	Fabricar	-5, -5	0, -20
	No Fabricar	-20, 0	-1, -1

¿Qué nos “enseña” la teoría de juegos?

- **DP.** Si nadie tiene la bomba atómica, **“hay”** que fabricarla
- **GP.** Si sólo la tiene uno **“hay”** que atacar
- **DP.** Si la tienen los dos **“hay”** que atacar
- **MAD.** Lo mejor es que los dos tengan bombas suficientes para aniquilar al otro!!

El dilema del prisionero y la carrera armamentística

		URSS	
		Fabricar	No Fabricar
EEUU	Fabricar	-5, -5	0, -20
	No Fabricar	-20, 0	-1, -1

¿Qué nos "enseña" la teoría de juegos?

- **DP.** Si nadie tiene la bomba atómica, **"hay"** que fabricarla
- **GP.** Si sólo la tiene uno **"hay"** que atacar
- **DP.** Si la tienen los dos **"hay"** que atacar
- **MAD.** Lo mejor es que los dos tengan bombas suficientes para aniquilar al otro!!

Argumentos puramente **racionales** que ayudan a entender el porqué de las tensiones de la guerra fría

El dilema del prisionero y la carrera armamentística

		URSS	
		Fabricar	No Fabricar
EEUU	Fabricar	-5, -5	0, -20
	No Fabricar	-20, 0	-1, -1

El dilema del prisionero en la vida real

Dilemas del prisionero

El dilema del prisionero en la vida real

Dilemas del prisionero

- Doping en competiciones deportivas

El dilema del prisionero en la vida real

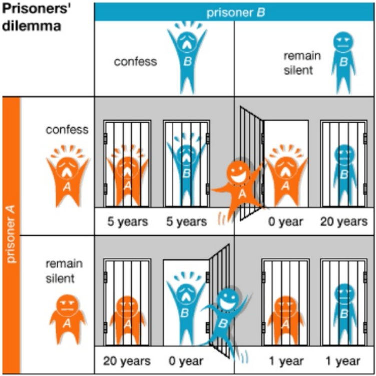
Dilemas del prisionero

- Doping en competiciones deportivas
- Sobrepesca

El dilema del prisionero en la vida real

Dilemas del prisionero

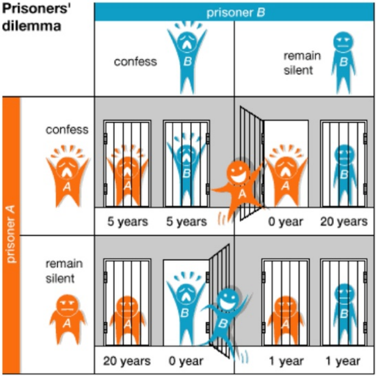
- Doping en competiciones deportivas
- Sobrepesca
- Emisiones de CO_2



El dilema del prisionero en la vida real

Dilemas del prisionero

- Doping en competiciones deportivas
- Sobrepesca
- Emisiones de CO_2
- Empresas defraudando a hacienda



El dilema del prisionero en la vida real

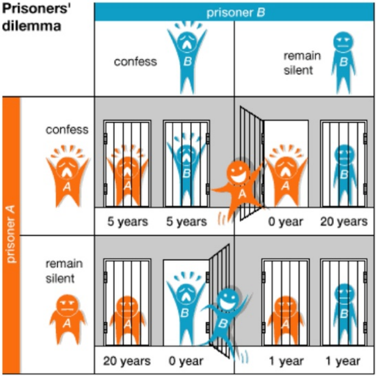
Dilemas del prisionero

- Doping en competiciones deportivas
- Sobrepesca
- Emisiones de CO_2
- Empresas defraudando a hacienda
- OPEP

El dilema del prisionero en la vida real

Dilemas del prisionero

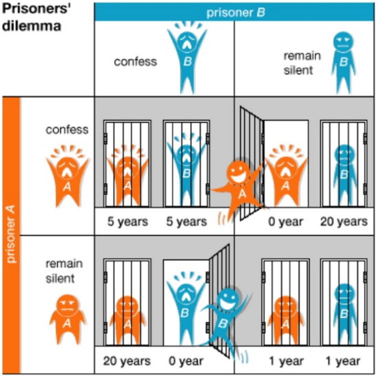
- Doping en competiciones deportivas
- Sobrepesca
- Emisiones de CO2
- Empresas defraudando a hacienda
- OPEP DP Repetido!!



El dilema del prisionero en la vida real

Dilemas del prisionero

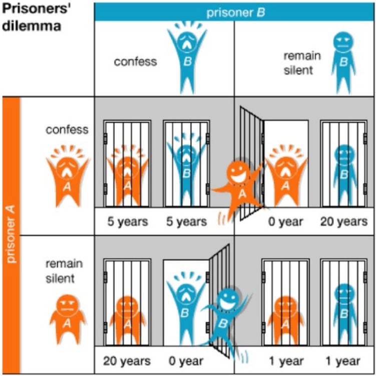
- Doping en competiciones deportivas
- Sobrepesca
- Emisiones de CO_2
- Empresas defraudando a hacienda
- OPEP DP Repetido!!
- Batman (The Dark Knight)



El dilema del prisionero en la vida real

Dilemas del prisionero

- Doping en competiciones deportivas
- Sobrepesca
- Emisiones de CO_2
- Empresas defraudando a hacienda
- OPEP DP Repetido!!
- Batman (The Dark Knight)
- Steal or Split (Concurso "Golden Balls")



El dilema del prisionero en la vida real

Dilemas del prisionero

- Doping en competiciones deportivas
- Sobrepesca
- Emisiones de CO_2
- Empresas defraudando a hacienda
- OPEP DP Repetido!!
- Batman (The Dark Knight)
- Steal or Split (Concurso "Golden Balls")

Tragedy of the Commons G. Hardin (1968) (uso egoísta de recursos públicos)
Individualismo+Egoísmo+Racionalidad vs Recursos limitados

El dilema del prisionero en la vida real

Dilemas del prisionero

- Doping en competiciones deportivas
- Sobrepesca
- Emisiones de $CO2$
- Empresas defraudando a hacienda
- OPEP DP Repetido!!
- Batman (The Dark Knight)
- Steal or Split (Concurso "Golden Balls")

Tragedy of the Commons G. Hardin (1968) (uso egoísta de recursos públicos)

Individualismo+Egoísmo+Racionalidad vs ~~Recursos limitados~~

El dilema del prisionero en la vida real

Dilemas del prisionero

- Doping en competiciones deportivas
- Sobrepesca
- Emisiones de CO2
- Empresas defraudando a hacienda
- OPEP DP Repetido!!
- Batman (The Dark Knight)
- Steal or Split (Concurso "Golden Balls")

Tragedy of the Commons G. Hardin (1968) (uso egoísta de recursos públicos)

Individualismo+Egoísmo+Racionalidad vs ~~Recursos limitados~~

- **G. Hardin (1968).** Sobreexplotación de pastos comunes para el ganado

El dilema del prisionero en la vida real

Dilemas del prisionero

- Doping en competiciones deportivas
- Sobrepesca
- Emisiones de CO_2
- Empresas defraudando a hacienda
- OPEP DP Repetido!!
- Batman (The Dark Knight)
- Steal or Split (Concurso "Golden Balls")

Tragedy of the Commons G. Hardin (1968) (uso egoísta de recursos públicos)

Individualismo+Egoísmo+Racionalidad vs ~~Recursos limitados~~

- **G. Hardin (1968).** Sobreexplotación de pastos comunes para el ganado
- Uso de transporte público (colarse en el metro)

El dilema del prisionero en la vida real

Dilemas del prisionero

- Doping en competiciones deportivas
- Sobrepesca
- Emisiones de CO_2
- Empresas defraudando a hacienda
- OPEP DP Repetido!!
- Batman (The Dark Knight)
- Steal or Split (Concurso "Golden Balls")

Tragedy of the Commons G. Hardin (1968) (uso egoísta de recursos públicos)

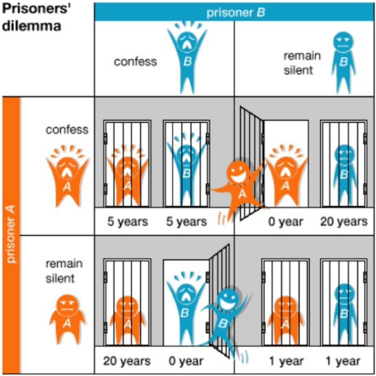
Individualismo+Egoísmo+Racionalidad vs ~~Recursos limitados~~

- **G. Hardin (1968).** Sobreexplotación de pastos comunes para el ganado
- Uso de transporte público (colarse en el metro)
- Individuos defraudando a hacienda

El dilema del prisionero en la vida real

Dilemas del prisionero

- Doping en competiciones deportivas
- Sobrepesca
- Emisiones de CO_2
- Empresas defraudando a hacienda
- OPEP DP Repetido!!
- Batman (The Dark Knight)
- Steal or Split (Concurso "Golden Balls")

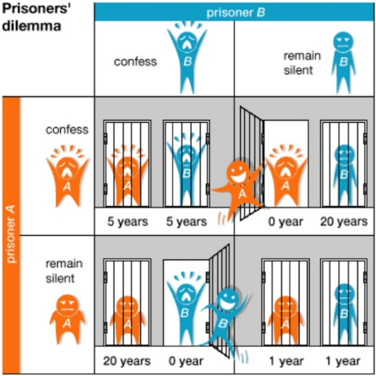


Tragedy of the Commons G. Hardin (1968) (uso egoísta de recursos públicos)

Individualismo+Egoísmo+Racionalidad vs ~~Recursos limitados~~

- **G. Hardin (1968).** Sobreexplotación de pastos comunes para el ganado
- Uso de transporte público (colarse en el metro)
- Individuos defraudando a hacienda
- Corrupción

El dilema del prisionero en la vida real



Dilemas del prisionero

- Doping en competiciones deportivas
- Sobrepesca
- Emisiones de CO_2
- Empresas defraudando a hacienda
- OPEP DP Repetido!!
- Batman (The Dark Knight)
- Steal or Split (Concurso "Golden Balls")

Tragedy of the Commons G. Hardin (1968) (uso egoísta de recursos públicos)

Individualismo+Egoísmo+Racionalidad vs ~~Recursos limitados~~

- **G. Hardin (1968).** Sobreexplotación de pastos comunes para el ganado
- Uso de transporte público (colarse en el metro)
- Individuos defraudando a hacienda
- Corrupción

Moral y ética!!

El dilema del prisionero en la vida real

Dilemas del prisionero

- Doping en competiciones deportivas
- Sobrepesca
- Emisiones de CO_2
- Empresas defraudando a hacienda
- OPEP DP Repetido!!
- Batman (The Dark Knight)
- Steal or Split (Concurso "Golden Balls")

Tragedy of the Commons G. Hardin (1968) (uso egoísta de recursos públicos)

Individualismo+Egoísmo+Racionalidad vs ~~Recursos limitados~~

- **G. Hardin (1968).** Sobreexplotación de pastos comunes para el ganado
- Uso de transporte público (colarse en el metro)
- Individuos defraudando a hacienda
- Corrupción Moral y ética!!

Dos aplicaciones que trascienden la "moralidad"

El dilema del prisionero en la vida real

Dilemas del prisionero

- Doping en competiciones deportivas
- Sobrepesca
- Emisiones de CO_2
- Empresas defraudando a hacienda
- OPEP DP Repetido!!
- Batman (The Dark Knight)
- Steal or Split (Concurso "Golden Balls")

Tragedy of the Commons G. Hardin (1968) **(uso egoísta de recursos públicos)**

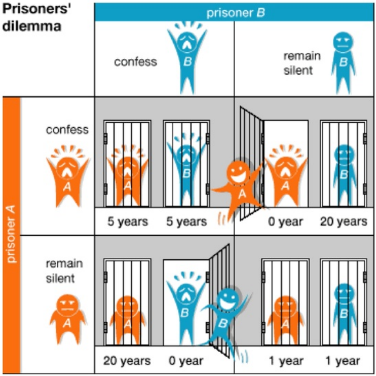
Individualismo+Egoísmo+Racionalidad vs ~~Recursos limitados~~

- **G. Hardin (1968).** Sobreexplotación de pastos comunes para el ganado
- Uso de transporte público (colarse en el metro)
- Individuos defraudando a hacienda
- Corrupción Moral y ética!!

Dos aplicaciones que trascienden la "moralidad"

- **Carrera armamentística (arsenales nucleares)**

El dilema del prisionero en la vida real



Dilemas del prisionero

- Doping en competiciones deportivas
- Sobrepesca
- Emisiones de CO2
- Empresas defraudando a hacienda
- OPEP DP Repetido!!
- Batman (The Dark Knight)
- Steal or Split (Concurso "Golden Balls")

Tragedy of the Commons G. Hardin (1968) (uso egoísta de recursos públicos)

Individualismo+Egoísmo+Racionalidad vs ~~Recursos limitados~~

- **G. Hardin (1968).** Sobreexplotación de pastos comunes para el ganado
- Uso de transporte público (colarse en el metro)
- Individuos defraudando a hacienda
- Corrupción Moral y ética!!

Dos aplicaciones que trascienden la "moralidad"

- **Carrera armamentística (arsenales nucleares)**
- **Pago de recompensas en secuestros**

Dilema del prisionero

Dilema del prisionero

- Dos personas
- Dos estrategias
- Elecciones simultáneas
- Información perfecta

Dilema del prisionero

- Dos personas
- Dos estrategias
- Elecciones simultáneas
- Información perfecta

¡¡y aún así podemos aprender mucho con él!!

Dilema del prisionero

- Dos personas
- Dos estrategias
- Elecciones simultáneas
- Información perfecta

¡¡y aún así podemos aprender mucho con él!!

Potencial de la teoría de juegos

- Psicología
- Economía
- Biología
- Informática
- ...