informest

Boletín da SGAPEIO. Novembro de 2024. Número 68

Colaboración
Software
Actividades da SGAPEIO
Novas
Novas do IGE
Traballos de Estatística e IO
Coñecéndonos
Sabías que?

Editorial

Javier Tarrío Saavedra – Vicepresidente da SGAPEIO

Un ano máis, correspóndeme a honra de participar con estas palabras no novo número do Informest, cheo, coma sempre, das interesantísimas colaboracións dos socios da SGAPEIO, incluíndo a tan variados sectores como as ensinanzas medias, a universidade e as administracións, sen esquecer a empresa. A través das nosas tradicionais seccións, procuramos de novo informar, sorprender, prender e manter o interese por aquilo que nos une, a paixón pola estatística e a investigación de operacións.

Foi este un ano no que non houbo congreso da Sociedade, evento que favorece o encontro, así como compartir experiencias, fortalecer e crear novos lazos sobre intereses comúns. Porén, non por iso foi un ano tranquilo. Vén de ser un curso cheo de premios, de eventos, de fitos que tiveron por protagonistas a diversos membros da nosa Sociedade. Véñenme nomes como os de María Ginzo (Premio Sociedad Internacional de Humanidades Digitales Hispánicas-FBBVA), María Alonso e Rosa Crujeiras (Premio SEIO-FBBVA), Wenceslao González Manteiga (polo seu ingreso na Real Academia de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales), Ricardo Cao (nomeado reitor da Universidade da Coruña)... que só son uns primeiros nomes dun longo etcétera de socios que destacaron en investigación, docencia e administración pública neste 2024.

E é que semella que de aquí en diante será ben difícil que teñamos un ano rutineiro. De feito, cada curso que comeza faino cunha cantidade crecente de retos en todos os eidos, moitos deles xa ligados indisolublemente á nova perspectiva da IA, na que os profesionais da estatística e IO somos protagonistas, ao mesmo tempo usuarios, creadores e mesmo inspiradores.

De entre todos estes retos, quizais o principal, non é tanto un tema específico de investigación, docencia ou transferencia como máis ben garantir o relevo na academia e na educación secundaria. Ata o de agora, vimos case todos dunha formación común, especializada, que define toda unha escola, a escola galega de estatística e IO. A continuidade deste paradigma no futuro antóllase difícil por moitas razóns, entre as que se atopan, por unha banda, o tirón fortísimo e sen competencia da empresa privada e, por outra, a falta de atractivo da carreira académica para as novas xeracións, cuxas indiscutibles vantaxes, incomparables alicientes e liberdade de acción (con todas as súas dificultades e tempos) non acaban de ver. Todo iso esténdese tamén á educación secundaria, na que a docencia en matemáticas engloba como nunca un conxunto interdisciplinario de perfís, moi diferentes aproximacións á materia. Reto tamén será harmonizar esta potencial riqueza, no que a Sociedade está contribuíndo coa organización da Incubadora de Sondaxes e Experimentos, concurso dinamizador e vertebrador da actividade docente en ensinanzas medias. Unha vez máis, cada traballo presentado polos rapaces foi en si un éxito, cuxa suma dá como resultado a grande relevancia e triunfos, un ano máis, da estatística galega no marco español.

Remato logo este editorial no comezo do último ano do actual Consello da SGAPEIO, no que levamos catro, mesmo oito, anos cheos todos de vivencias e proxectos compartidos. Desde o Consello traballaremos tamén este curso para que a vida non sexa iso que pasa mentres nos ocupamos doutras cousas.

Dirección:
María Gómez Rúa
Alejandro Saavedra Nieves

Comunicación coa SGAPEIO:
www.sgapeio.es
secretaria@sgapeio.es
boletin@sgapeio.es
@sgapeio
sgapeio
sgapeio
Sgapeio

Depósito Legal:
LU-191-1995 - I.S.S.N.:1695-7083

#SGAPEIO
Sociedade Galega para a Promoción da Estatística e da Investigación de Operacións

Unha viaxe chea de peaxes

por Balbina Virginia Casas Méndez e Paula Soto Rodríguez

Balbina Virginia Casas Méndez é licenciada en Matemáticas e doutora en Estatística e Investigación Operativa pola Universidade de Santiago de Compostela. Actualmente traballa como profesora titular no Departamento de Estatística, Análise Matemática e Optimización desta mesma universidade.
Paula Soto Rodríguez é graduada en Matemáticas pola Universidade de Santiago de Compostela onde tamén finalizou o mestrado interuniversitario en Técnicas Estatísticas. Actualmente é investigadora en formación no Departamento de Estatística, Análise Matemática e Optimización desta mesma universidade como membro do grupo de investigación MODESTYA.

Comezamos a nosa viaxe. Teoría de xogos aplicada a problemas de transporte

Recentemente fomos espectadores dun acalorado debate sobre a posible implantación de peaxes nas nosas estradas. Hai apenas tres anos, o Goberno comprometeuse coa Comisión Europea á introdución dun sistema de pago polo uso de autovías (cuxo establecemento tería lugar a principios de 2024), coa fin de corrixir o déficit de case 8.000 millóns de euros que España ten na conservación das estradas estatais. Con todo, posteriormente recoñeceuse que non había consenso suficiente entre as administracións e axentes implicados para impulsalo, polo que a iniciativa abandonouse ata novo aviso. Dende logo, a cuestión de como abordar os custos de mantemento e construción das estradas é un tema complexo que se pode abordar dende varios puntos de vista. As dúas preguntas fundamentais que xorden neste contexto son: quen debe pagar e canto debe pagar. A resposta máis habitual para a primeira pregunta é, ou ben o sistema de peaxe, onde se cobra aos vehículos polo uso dunha determinada estrada, ou ben as partidas orzamentarias, nas cales se recada diñeiro de todos os contribuíntes (utilicen ou non as autoestradas) mediante impostos, para o financiamento das vías. Existen tamén outras medidas como a viñeta, que consiste no pago dunha taxa anual polo uso das autoestradas. En relación á segunda pregunta, sobre canto se debe cobrar polo uso das estradas no caso de que se adopte un sistema de peaxe, o que se fai é implantar distintas tarifas en función de varios parámetros, como o perfil do usuario, o volume de tráfico da vía ou a carga contaminante do vehículo. En España, o modelo adoptado ata o momento para financiar a maior parte das estradas é o das partidas orzamentarias, polo que circular por gran parte das vías é gratuíto. No caso das autoestradas nas que si hai que pagar por utilizalas, a peaxe depende tanto do peso do vehículo, como da distancia percorrida. O problema de como repartir o custo ou beneficio colectivo entre un determinado número de axentes involucrados é un dos obxectivos principais dunha área das matemáticas coñecida como teoría de xogos cooperativos. A teoría de xogos cooperativos ocúpase de modelar e estudar procesos de decisión nos que interveñen varios axentes (ou xogadores) que están dispostos a traballar xuntos, formando coalicións. Neste contexto, trátase de decidir como repartir o beneficio (ou custo) derivado do esforzo conxunto entre cada un dos axentes, considerando incentivos tanto individuais, como grupais, así como criterios baseados na xustiza. A clase máis importante de xogos cooperativos son os xogos con utilidade transferible, cuxas hipóteses son:

- Cada coalición ou grupo de xogadores ten asignado un único valor como pago (non un conxunto de pagos).
- Os pagos (utilidade) pódense redistribuír entre os membros dunha coalición libremente, sen ningún tipo de restrición.

Para modelar como os axentes interactúan entre si e, con iso, ver que coalicións se poden formar, contamos con outra ferramenta matemática moi potente: a teoría de grafos. Mentres que a teoría de xogos analiza as interaccións entre os xogadores, a teoría de grafos encárgase de representalas dun modo visual, servíndose de dous elementos moi importantes: os nodos, que polo xeral simbolizan aos axentes, e os enlaces, que representan as conexións ou interaccións entre eles (Figura 1).

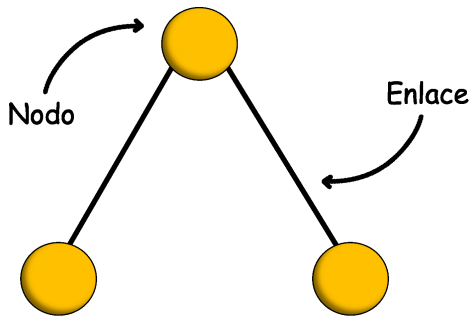


Figura 1: Grafo con 3 axentes.

Neste artigo veremos como se aplica a teoría de xogos a un problema de transporte e, ademais, coñeceremos a (sorprendente) conexión entre dous problemas de moi distinta natureza: o problema do río contaminado e o deseño de tarifas para unha autoestrada.

1ª parada. Formulación do problema

En Wu et al. (2024) exponse a cuestión de como repartir o beneficio obtido mediante o cobro de peaxes aos usuarios dunha autoestrada entre as distintas seccións nas que se divide, onde os tramos están delimitados polas entradas e saídas da autoestrada. Por tanto, neste caso, os axentes son os segmentos da estrada e o ben para repartir é o diñeiro das peaxes, que podemos representar mediante unha matriz T, onde cada elemento t_{ij} denota a peaxe recadada de todos os vehículos que entran na entrada i da vía e saen na saída j.

Podemos visualizar a interacción entre os axentes mediante un grafo, que, neste caso, como os axentes son as seccións dunha autoestrada, o grafo resultante é lineal, onde os nodos son as entradas e saídas da autoestrada e os enlaces representan os segmentos da vía (Figura 2).

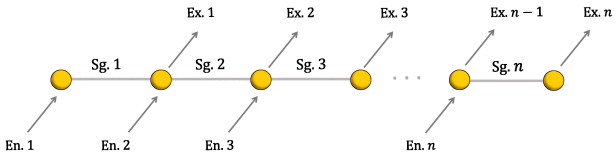


Figura 2: Representación do problema da autoestrada de Wu et al. (2024).

Observamos que só podemos circular dende unha determinada entrada ata unha certa saída se os segmentos que conforman a viaxe son consecutivos, co cal, só os xogadores consecutivos se poden comunicar entre si.

Ademais da inspiración práctica que ten este problema, desde o punto de vista matemático o modelo de Wu et al. (2024) recolle características de dous modelos da literatura: o problema do río contaminado de Ni and Wang (2007) e o problema da peaxe nunha autoestrada de Dong et al. (2012). Por unha banda, o primeiro consiste en distribuír o custo de limpeza dun río contaminado entre os axentes (casas, fábricas) situados ao longo do seu curso. Esta situación pódese modelar mediante un grafo lineal, onde hai tantos axentes como número de enlaces ten o grafo. Doutra banda, do segundo extraemos o contexto: transporte. En concreto, preténdese deseñar un sistema de tarifas xusto e eficiente para os usuarios dunha autoestrada lineal, dividida en *n* seccións por unha serie de entradas e saídas. Na Figura 3 ilustramos ambos problemas.

Na práctica, existen multitude de modelos de tarificación para unha autoestrada de peaxe, en función de cal sexa o criterio escollido. En Wu et al. (2024) só se tratan dous sistemas: o baseado na distancia percorrida, no cal a peaxe cobrada a un usuario depende do número de segmentos que empregase e un sistema de peaxe fixa, onde a peaxe dun vehículo está relacionada coa súa entrada (ou saída) da autoestrada. Como podemos determinar a peaxe que destinamos a cada parte da autoestrada? Cal sería un método xusto? Para axudarnos a tomar unha decisión, podemos pensar en que propiedades queremos que verifique unha repartición no contexto do problema de Wu et al. (2024). A continuación, presentamos informalmente algúns exemplos de propiedades naturais.

- **Aditividade.** É razoable supoñer que a asignación de peaxe non debería depender da frecuencia coa cal as peaxes foron recadadas. Por exemplo, dá o mesmo repartir as ganancias ao cabo dun día durante sete días, que repartir os beneficios entre os segmentos unha vez transcorreu unha semana.
- **Eficiencia.** A peaxe total recadada debe repartirse entre todos os segmentos (non queda ningunha peaxe sen repartir).
- **Segmento non esencial.** Se un segmento da autoestrada non é empregado por ningún usuario, entón o correspondente segmento non debería participar na repartición de ganancias.
- **Simetría de segmentos.** Os segmentos empregados por todos os usuarios da autoestrada deben recibir o mesmo repartimento das ganancias.

Baseándose na filosofía da distancia percorrida, Wu et al. (2024) formulan o método SES (de *Segments Equal Sharing*), que asigna a peaxe obtida dos usuarios dunha viaxe de forma equitativa entre os segmentos empregados nesa viaxe. Deste xeito, para obter a repartición final de beneficios que lle corresponde a un determinado segmento, o método SES suma estas cantidades sobre todas as posibles viaxes pola autoestrada que empregan o devandito segmento.

Figura 3: Representación do problema do río contaminado (esquerda) e do deseño de tarifas (dereita).

Tense que este método satisfai as catro propiedades mencionadas: aditividade, eficiencia, segmento non esencial e simetría de segmentos e, ademais, é a única solución que as verifica de forma simultánea! Ao verificar propiedades moi naturais, isto fai que o método SES sexa especialmente atractivo.

Con todo, xa mencionamos que cando buscamos a mellor forma de repartir un ben entre un determinado número de axentes que poden colaborar entre si, a forma de proceder é mediante a teoría de xogos cooperativos. No noso caso, o que buscamos é decidir como repartir o beneficio da colaboración entre os distintos segmentos da autoestrada, onde a cooperación neste contexto defínese como as posibles viaxes que se poden facer cun determinado conxunto de seccións. Deste xeito, podemos definir un xogo cooperativo onde os xogadores son os segmentos e, para cada coalición, asignamos a cantidade de peaxe recadada de todas as posibles viaxes que se poden facer co grupo de segmentos da devandita coalición. Se temos unha autoestrada lineal, as viaxes "posibles" son aquelas nas que interveñen segmentos consecutivos, ou ben as viaxes que só involucran a un determinado segmento. Wu et al. (2024) denominan a dito xogo cooperativo o xogo de asignación de segmentos e proban que o método SES coincide cunha solución moi coñecida en teoría de xogos: o valor de Shapley (Shapley, 1953).

Do mesmo xeito que desexamos que unha repartición satisfaga certas propiedades naturais, tamén podemos esixir que un xogo cooperativo verifique uns requirimentos básicos. A continuación, presentamos unha mostra de propiedades razoables, xunto coa súa interpretación no contexto do problema da autoestrada de Wu et al. (2024).

- **Superaditividade.** A unión de dúas coalicións de segmentos sen ningunha sección en común non provoca unha diminución dos beneficios conxuntos. En concreto, implica que o maior pago outórgase á coalición formada por todos os segmentos da autoestrada, co cal, cando temos un xogo superaditivo, é natural asumir que todos os axentes quererán traballar xuntos.
- **Convexidade.** A contribución individual de cada segmento a unha coalición non decrece cantos máis segmentos se incorporen á devandita coalición.

A superaditividade é un caso particular da convexidade. Tense que o xogo de asignación de segmentos cumpre convexidade e, polo tanto, é superaditivo. Ademais, por ser o xogo convexo, sábese que o valor de Shapley pertence ao conxunto de solucións cuxas reparticíons non poden ser melloradas por ningún grupo de xogadores. Dito doutro xeito, o valor de Shapley é unha solución estable neste problema, co cal os xogadores non teñen incentivos para desviarse da repartición asignada por este método.

Vista a formulación do problema de como distribuír a peaxe recadada dos usuarios dunha autoestrada lineal entre os segmentos que a constitúen, chega o momento de continuar a nosa aventura por estrada aplicando todo o aprendido ata o de agora a un caso real.

2ª parada. Caso real: autoestrada española

A cuestión que nos propoñemos nesta sección é como repartir a peaxe recadada dos vehículos que transitan unha autoestrada española entre as seccións nas que se divide, onde os tramos veñen delimitados polas entradas e saídas da autoestrada. Este problema pódese representar mediante un grafo non dirixido como o que se observa na Figura 2, onde neste caso $n = 5$. Dado que a filosofía das tarifas en España está baseada en distancias percorridas, ten sentido aplicar o método SES. Ademais, compararemos o resultado proporcionado por este método co que obtemos mediante outras solucións clásicas en teoría de xogos cooperativos, como o tau-valor (Tijs, 1981) e o nucleolus (Schmeidler, 1969). Así mesmo, debido á natureza do problema, analizaremos tamén a asignación dada pola solución AT (*Average Tree*) de Herings et al. (2008), que é un método apto para xogos cooperativos con comunicación restrinxida, i.e, xogos cooperativos onde non todos os xogadores se poden comunicar entre si. Isto é precisamente o que ocorre no noso problema, pois só os segmentos consecutivos están directamente conectados, como se pode apreciar na Figura 2.

Así pois, necesitamos achar primeiro o xogo de asignación de segmentos correspondente á denominada matriz de peaxe, T, para este problema. Os datos dos que dispoñemos son as tarifas correspondentes a cada posible viaxe pola autoestrada, así como o volume de tráfico asociado para un certo período de tempo. Por tanto, para obter a matriz de peaxe T, necesitamos multiplicar a matriz de tarifas pola matriz que representa o número total de vehículos que realizan cada viaxe. Co fin de aforrar cálculos, programamos a fórmula do xogo de asignación de segmentos asociada á nosa matriz T empregando o software estatístico R (`https://cran.r-project.org/`).

Chegados a este punto, só nos queda calcular as reparticíons correspondentes aos distintos métodos. Para iso, servímonos da librería `CoopGame` de Staudacher and Anwander (2019).

Resaltamos que, como o xogo de asignación de segmentos é convexo e superaditivo, tanto o valor de Shapley como a solución AT son estables.

	Segmento 1	Segmento 2	Segmento 3	Segmento 4	Segmento 5
Nucleolus	186015.4 (20 %)	186015.4 (20 %)	186015.4 (20 %)	186015.4 (20 %)	186015.4 (20 %)
Shapley	169772.7 (18.25 %)	237100.0 (25.49 %)	189901.8 (20.42 %)	180522.8 (19.41 %)	152779.7 (16.43 %)
Tau-valor	157746.5 (16.96 %)	219362.6 (23.59 %)	197630.2 (21.25 %)	189975.5 (20.43 %)	165362.0 (17.78 %)
AT	129342.6 (13.91 %)	293902.4 (31.60 %)	186900.2 (20.10 %)	184345.0 (19.82 %)	135586.8 (14.58 %)

Táboa 1: Asignacións da peaxe para cada un dos segmentos dunha autoestrada española en base a distintas solucións. En parénteses represéntase a porcentaxe da peaxe asignada respecto da peaxe total recadada.

A Táboa 1 proporciona os resultados obtidos, en euros, para os datos do noso problema no período considerado. De aquí, extraemos as seguintes conclusións:

- O nucleolus proporciona unha distribución de peaxe inadecuada para o problema de asignación de peaxes nunha autoestrada. Como vemos, asigna a mesma cantidade de diñeiro a todos os segmentos, o cal, a pesar de ser estable, non responde a ningún principio de xustiza. En efecto, non está baseado no uso dado aos segmentos da autoestrada ou na súa contribución individual á peaxe total recadada.

- En cambio, o tau-valor, a solución AT e o valor de Shapley ofrecen distribucións de peaxe razoables, á vista dos datos, dependendo de cal sexa o noso obxectivo. Pódese comprobar que o valor de Shapley (método SES) reparte a peaxe de modo proporcional ao tráfico que soporta cada segmento, mentres que o tau-valor e a solución AT fano de modo proporcional á contribución individual que cada segmento fai á coalición formada por todas as seccións da autoestrada.

Como podemos determinar que solución entre o valor de Shapley, tau-valor e AT é mellor, se todas proporcionan reparticións que parecen "razoables"? Como podemos mirar de que modo se relacionan entre si?

Unha forma de ver como se relacionan entre si os resultados obtidos polos distintos métodos e ata que punto se parecen, é a través das súas correlacións. A Figura 4 mostra as nubes de puntos correspondentes a cada par de posibles combinacións entre as solucións. Canto máis estreita sexa a nube de puntos entre dous métodos, máis parecidos serán os resultados proporcionados por ambos. En cambio, canto máis dispersa sexa, máis diferentes son. Observamos que o valor de Shapley e a solución AT parecen estar moi relacionados, i.e, estas solucións achegan resultados parecidos de distribución da peaxe. De feito, observamos un patrón crecente e unha relación lineal entre elas. Polo tanto, para un incremento dado da solución AT (respectivamente do valor de Shapley) prodúcese un correspondente incremento constante no valor de Shapley (respectivamente solución AT). Ademais, notamos que non parece haber relación algunha entre a asignación dada polo nucleolus coa repartición proporcionada polos demais métodos.

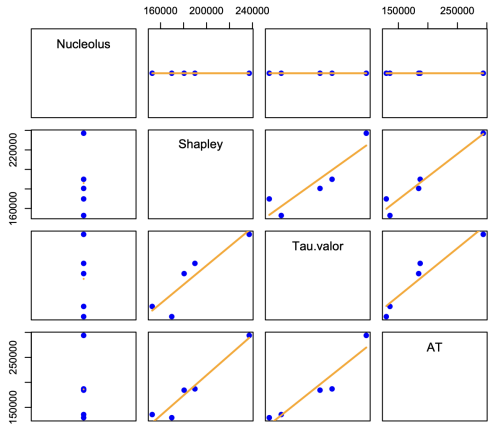


Figura 4: Nubes de puntos para as solucións presentadas na Táboa 1.

Tendo en conta que o ben a repartir é diñeiro, se desexamos ter un criterio que nos permita decidir entre as tres solucións, podemos usar o índice de Gini (Gini, 1912), que nos permite cuantificar a equidade das distribucións de peaxe proporcionadas polos distintos métodos dende un punto de vista económico. O índice de Gini toma valores no intervalo $[0, 1]$. Canto máis baixo sexa o índice de Gini, i,e, canto máis próximo estea de cero, máis equitativa será a repartición dos beneficios entre os segmentos.

Calculando o índice de Gini en R, extraemos as seguintes conclusións:

- Hai unha diferenza significativa na distribución da peaxe entre as distintas solucións, que se confirma pola variación no índice de Gini, que vai dende 0.08 ata 0.47.
- O método que mostra unha maior desigualdade na repartición da peaxe é a solución AT (é a que posúe un índice de Gini máis alto).
- A solución máis equitativa é o tau-valor. Observamos tamén que o tau-valor discrepa do valor de Shapley na asignación da peaxe para os segmentos que menos diñeiro reciben.

A modo de resumo, a comparación realizada mediante as correlacións revela que as solucións máis semellantes en termos da distribución da peaxe son o valor de Shapley e a solución AT. Porén, a análise realizada mediante o índice de Gini reflicte que a asignación da solución AT é moito máis desigual que a relativa ao valor de Shapley!

Chegamos ao noso destino. Conclusións e extensións do problema

Esta disparidade pode ser debida a que a solución AT non distribúe a peaxe de modo tan "uniforme" como o valor de Shapley, habendo moita diferenza entre o segmento que máis e menos recibe. Ademais, o tau-valor é o que se aliña máis co principio de equidade.

Ao longo desta viaxe, vimos que a teoría de xogos é unha ferramenta matemática moi útil para decidir que estratexia adoptar á hora de repartir un determinado ben. Neste caso, ofrécenos perspectivas moi interesantes para decidir canto diñeiro se debe destinar a cada parte dunha autoestrada, que pode ser importante de cara ao futuro para axudar a sufragar os custos derivados do seu mantemento. Así mesmo, no caso práctico da autoestrada española, observamos que solucións distintas ao método SES proposto por Wu et al. (2024), como o tau-valor ou a solución AT, tamén proporcionan distribucións de peaxe razoables, polo que sería interesante estudar máis a fondo estes métodos, vendo que propiedades satisfán e de que modo están relacionados entre si. O feito de que estos métodos acheguen resultados parecidos empregando os datos da autoestrada española foi casualidade, ou non?

Ademais, seguindo a mesma filosofía, a teoría de xogos tamén se podería aplicar para modelar problemas máis complexos, como unha rede de autoestradas controlada por diferentes empresas, nas que cada compañía é dona dunha ou máis autoestradas, como sucede coa rede de autoestradas de Irlanda (Figura 5).

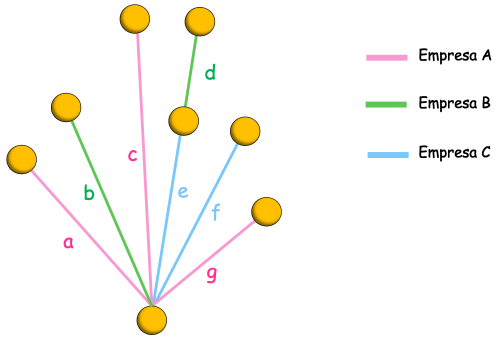


Figura 5: Rede de autoestradas de Irlanda. En cores resáltase a pertenza ás distintas empresas.

A cuestión por resolver sería que parte do diñeiro se debe destinar a cada autoestrada, tendo en conta a súa pertenza ás empresas e a peaxe recadada na cooperación.

Esperamos que gozásedes da viaxe e que este artigo servira de guía para adentrarvos no marabilloso mundo da teoría de xogos. Ata a próxima aventura!

Referencias

[1] Dong, B., Guo, G., e Wang, Y. (2012). Highway toll pricing. *European Journal of Operational Research* 220(3):744-751.

[2] Gini, C. (1912) Variabilità e mutabilità: contributo allo studio delle distribuzioni e delle relazioni statistiche. Tipografia di Paolo Cuppini, Bologna.

[3] Herings, P., van der Laan, G., e Talman, D. (2008). The average tree solution for cycle-free graph games. *Games and Economic Behaviour* 62(1):77-92.

[4] Ni, D., e Wang, Y. (2007). Sharing a polluted river. *Games and Economic Behavior* 60: 176-186.

[5] Schmeidler, D. (1969). The nucleolus of a characteristic function game. *SIAM Journal of Applied Mathematics* 17:1163-1170.

[6] Shapley, L. (1953). A value for n-person games. In H. W. Kuhn and A W Tucker (eds.). *Contributions to the Theory of Games*, vol. II. Princeton University Press, 307-317.

[7] Staudacher, J. e Anwander, J. (2019). Using the R package CoopGame for the analysis, solution and visualization of cooperative games with transferable utility. Acceso online: https://cran.r-project.org/web/packages/CoopGame/CoopGame.pdf

[8] Tijs, S. (1981). Bounds for the core of a game and the τ-value. In O. Moeschlin and D. Pallaschke (eds.). *Game Theory and Mathematical Economics*. North-Holland Publishing Company, 123-132.

[9] Wu, H., van den Brink, R., e Estévez-Fernández, A. (2024). Highway toll allocation. *Transportation Research Part B: Methodological* 180:102889.

ClaimsProblems: un paquete de R para analizar problemas de repartición con ferramentas de visualización gráfica

por Miguel Ángel Mirás Calvo e Estela Sánchez Rodríguez

Un problema de repartición aparece cando temos que distribuír un recurso escaso entre un grupo de demandantes, cos mesmos dereitos, que reclaman diferentes cantidades do recurso e de xeito que o total do que dispoñemos non chega para cubrir todas as peticións. Exemplos clásicos son: a creba dunha empresa, as decisións dos gobernos para determinar os impostos, a repartición dos gastos sociais, a distribución de alimentos ou vacinas en épocas de escaseza, as cotas de emisións dos países para frear o cambio climático... O enfoque destes problemas con teoría de xogos parte dos traballos [1] e [8] nos que se analizan varias situacións de repartición recollidas no Talmud. O libro [9] presenta unha análise exhaustiva dos problemas de demandas e a guía didáctica [5] é unha introdución sinxela.

Un *problema de repartimentos* con conxunto de reclamantes $N = \{1, \ldots, n\}$ é un par (E, d) onde $E \geq 0$ é a cantidade a dividir e $d = (d_1, \ldots, d_n) \in \mathbb{R}^n$ é o vector de demandas, sendo $d \geq 0$ e $d(N) = \sum_{i \in N} d_i \geq E$. O *mínimo dereito* e a *demanda truncada* do demandante $i \in N$ no problema (E, d) veñen dados, respectivamente, por $m_i = \text{máx}\{0, E - d(N \setminus \{i\})\}$ e $t_i = \text{mín}\{E, d_i\}$. Unha *asignación (ou repartimento)* para o problema (E, d) é un vector $x \in \mathbb{R}^n$ tal que $0 \leq x \leq d$ e, ademais, $x(N) = \sum_{i \in N} x_i = E$. O *conxunto de asignacións* $X(E, d) = \left\{x \in \mathbb{R}^N : x(N) = E,\ m \leq x \leq t\right\}$ é un politopo convexo non baleiro de dimensión menor ou igual a $n-1$. Unha *regra de asignación* $\mathcal{R}$ é unha función que a cada problema (E, d) lle adxudica unha única asignación $\mathcal{R}(E, d) \in X(E, d)$.

`ClaimsProblems` ([7, 3]) é un paquete de R completamente enfocado a analizar problemas de repartición. Todas as funcións implementadas no paquete tamén están dispoñibles en Matlab no repositorio MATLAB Central File Exchange ([6]). O paquete `ClaimsProblems` proporciona funcións para calcular as principais regras de asignación: a concede e divide (CD), o promedio dos repartimentos estables (AA), a regra proporcional (PRO), a regra proporcional axustada (APRO), a regra das ganancias igualitarias (CEA), a regra das perdas igualitarias (CEL), a regra das chegadas aleatorias (RA), a regra do Talmud (Talmud), a regra igualitaria restrinxida (CE), a regra do mínimo solapamento (MO), a regra Domínguez-Thomson (DT), e a regra de Piniles (PIN). Aínda que para a maioría das regras non hai fórmulas explícitas, as asignacións que seleccionan poden ser calculadas con algoritmos iterativos. Cómpre sinalar que o cálculo das regras RA e AA é un problema difícil desde o punto de vista computacional ([2], [4]).

A cada problema de repartición asóciaselle un xogo coalicional. A regra RA correspóndese co valor de Shapley do xogo asociado, logo é o promedio dos vectores de contribucións marxinais do xogo. A regra AA, que se corresponde co core-center do xogo asociado, é a esperanza matemática da distribución multivariante uniforme sobre o conxunto de asignacións (o centroide do politopo).

As funcións que dan información xeral sobre o problema de repartimentos son as seguintes:

- `problemdata`: vector de mínimos dereitos e vector das demandas truncadas.
- `coalitionalgame`: xogo asociado co problema de repartición.
- `setofawards`: vértices do conxunto de asignacións e a representación gráfica no caso de 3 ou 4 demandantes.
- `plotrule`: representación dun vector de repartimentos no conxunto de asignacións.

A orde de Lorenz é unha orde parcial no espazo euclídeo n dimensional. Tendo en conta que todas as regras que consideramos satisfán a propiedade de preservación da orde (é dicir, os repartimentos seguen a mesma orde que as demandas) o criterio de Lorenz-dominación permite comparar o comportamento das regras cos pequenos e cos grandes demandantes. `ClaimsProblems` contén as seguintes funcións:

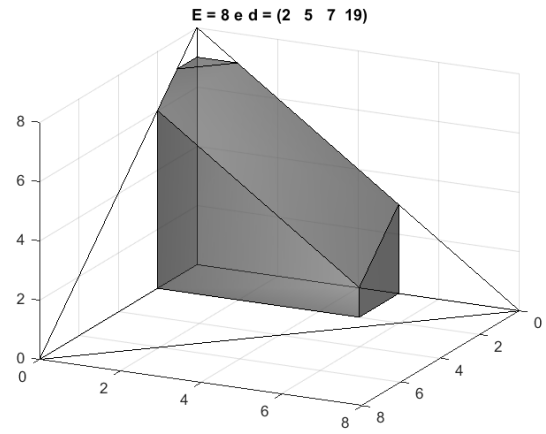
- `lorenzcurve`: representa a curva de Lorenz dunha regra.
- `cumawardscurve`: debuxa a curva de asignacións acumuladas dunha regra con respecto a outra.
- `giniindex`: calcula o índice de Gini dunha regra.
- `deviationindex`: devolve os índices de desviación (con e sen signo) dunha regra con respecto a outra.
- `indexgpath`: representa as traxectorias dos índices de desviación.

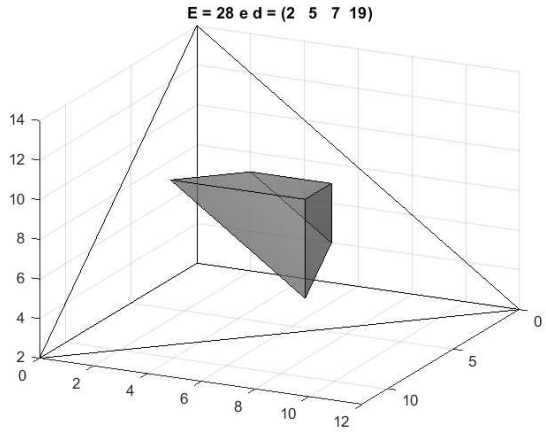
`ClaimsProblems` implementa gráficos específicos para axudar ao usuario a visualizar propiedades (axiomas) que verifican ou incumpren as regras. Deste xeito, pódense establecer diferenzas entre as distintas regras observando as traxectorias das asignacións para todos os posibles valores do recurso.

- `dynamicplot`: representación dos repartimentos coas distintas regras nun modelo dinámico con t períodos onde o recurso diminúe en cada período nunha porcentaxe dada.
- `pathawards`, `pathawards3`: representación gráfica da curva de asignacións de dous (tres) demandantes cando o recurso varía no seu dominio.
- `schedrule`, `schedrules`: traxectoria dos repartimentos dunha regra (ou de varias regras) para varios demandantes.
- `verticalruleplot`: representación das demandas e das asignacións recomendadas por unha regra en segmentos verticais.

Por exemplo, as seguintes funcións representan as proxeccións do conxunto de asignacións para o vector de demandas $d = (2, 5, 7, 19)$ e os valores do recurso $E = 8$ e $E = 28$.

```
> setofawards(8, c(2,5,7,19), draw = TRUE,
col = "black")
> setofawards(28, c(2,5,7,19), draw = TRUE,
col = "black")
```



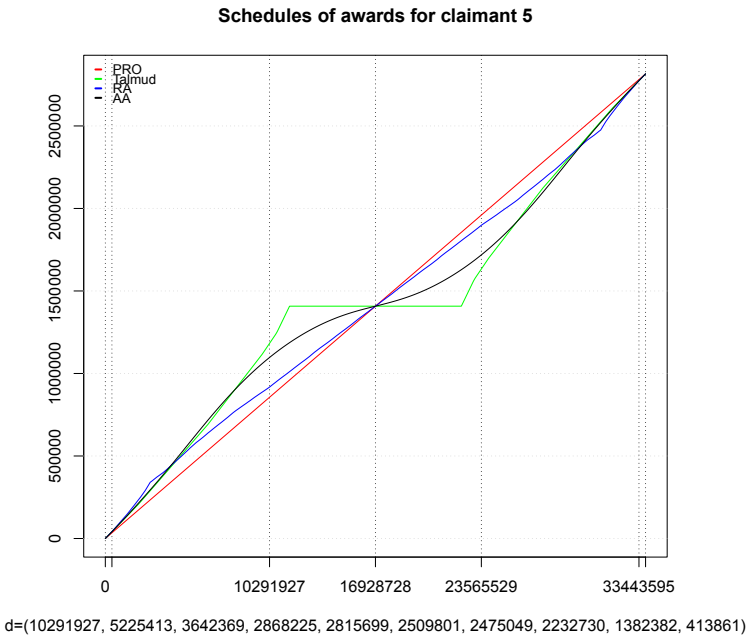


Na táboa figuran as cantidades (en quilotóns) de CO_2 emitidas conxuntamente polos países que forman parte das seguintes rexións no ano 2020:

1 China	$d_1 =$	10 291 927
2 USA	$d_2 =$	5 225 413
3 Resto de Asia	$d_3 =$	3 642 369
4 Resto de Europa	$d_4 =$	2 868 225
5 Unión Europea	$d_5 =$	2 815 699
6 Asia occidental	$d_6 =$	2 509 801
7 Resto de América	$d_7 =$	2 475 049
8 India	$d_8 =$	2 232 730
9 África	$d_9 =$	1 382 382
10 Oceanía	$d_{10} =$	413 861

Se os demandantes son as rexións, $N = \{1, \ldots, 10\}$, e tomamos como vector de demandas $d = (d_1, \ldots, d_{10})$, é dicir, supoñemos que cada país quere seguir emitindo a mesma cantidade de CO_2 que no ano 2020, podemos representar as cotas de emisións que lle corresponderían a cada zona se a emisión global se reduce a unha cantidade $E \in [0, d(N)] = [0, 33\,857\,456]$:

```
> schedrules(d,5,Rules=c(PRO,Talmud,RA,AA),
col=c("red","green","blue","black"))
```



No eixo X aparece a cantidade de emisións globais (E) e no eixo Y as traxectorias das emisións recomendadas polas regras PRO, Talmud, RA e AA para a Unión Europea.

Referencias

[1] Aumann, R. J. e Maschler, M. Game theoretic analysis of a bankruptcy problem from the Talmud. *Journal of Economic Theory 36* (1985), 195–213.

[2] Aziz, H. Computation of the random arrival rule for bankruptcy problems. *Operations Research Letters 41* (2013), 499–502.

[3] Mirás Calvo, M. A., Núñez Lugilde, I., Quinteiro Sandomingo, C. e Sánchez Rodríguez, E. An operational toolbox for solving conflicting claims problems. *Decision Analytics Journal 6* (2023), 100160.

[4] Mirás Calvo, M. A., Núñez Lugilde, I., Quinteiro Sandomingo, C. e Sánchez Rodríguez, E. An algorithm to compute the average-of-awards rule for claims problems with an application to the allocation of CO_2 emissions. *Annals of Operations Research 336* (2024), 1435–1459.

[5] Mirás Calvo, M. A., Quinteiro Sandomingo, C., Núñez Lugilde, I. e Sánchez Rodríguez, E. *Guía práctica: E ti como repartirías? O pouco ben repartido...* Área de Normalización Lingüística. Universidade de Vigo, 2022.

[6] Núñez Lugilde, I., Mirás Calvo, M. A., Quinteiro Sandomingo, C. e Sánchez Rodríguez, E. *ClaimsProblems*, 2022. MATLAB Central File Exchange.

[7] Núñez Lugilde, I., Mirás Calvo, M. A., Quinteiro Sandomingo, C. e Sánchez Rodríguez, E. *ClaimsProblems: Analysis of Conflicting Claims*, 2023. R package version 0.2.1. https://cran.r-project.org/web/packages/ClaimsProblems/index.html.

[8] O'Neill, B. A problem of rights arbitration from the Talmud. *Mathematical Social Sciences 2* (1982), 345–371.

[9] Thomson, W. *How to divide when there isn't enough. From Aristotle, the Talmud, and Maimonides to the axiomatics of resource allocation*. Cambridge University Press, 2019.

Eloxio de Wenceslao González Manteiga

por Manuel Febrero Bande

No pasado setembro o profesor Wenceslao González Manteiga (Sao Paulo, 1956) tomou posesión como Académico Correspondente en dúas institucións de relevancia nacional: A Academia de Ciencias Matemáticas, Físico-Químicas y Naturales de Granada (12 de setembro) e na Real Academia de Ciencias Exactas, Físicas e Naturales de España (19 de setembro). Estes son os últimos dunha serie de ben merecidos recoñecementos que vén de recibir, nos últimos anos este xigante da Estatística galega: membro da Real Academia Galega de Ciencias (2017), Medalla da SEIO-Fundación BBVA e premio SEIO-Fundación BBVA á mellor contribución metodolóxica no eido da Estatística (2020) ou o Premio Nacional de Estadística (2021). Probablemente, ningún outro estatístico español ten tantos recoñecementos nacionais que tamén se estenden aló das nosas fronteiras, xa que logo foi elixido *Fellow* do Institute of Mathematical Statistics (imstat.org 2017), honra que só teñen outros catro investigadores españois e é, posiblemente, o estatístico español máis coñecido internacionalmente. Cando se pretende condensar a súa traxectoria, pódese ter a tentación de deixar que o peso numérico excepcional das súas aportacións falen por si: máis de 200 publicacións en revistas científicas de primeiro nivel, 32 teses dirixidas, máis de 2300 citas en WoS ou máis de 100 proxectos de investigación como investigador principal tanto en proxectos nacionais como internacionais ou de convocatoria pública e privada. Pero, o que verdadeiramente é característico, e que o adxectivo "excepcional" acompaña a tódolos eidos dende onde miremos a súa carreira académica. Wenceslao é fundamentalmente un pioneiro en todo o que refire ao desenvolvemento da Estatística en Galicia e a súa proxección ao mundo. A súa tese, defendida no ano 1982 na USC sobre estimación non paramétrica de curvas, foi unha das primeiras teses da área de Estatística no recén creado departamento de Estatística e Investigación Operativa da USC, o que dá conta de que a tradición académica estatística en Galicia anterior aos anos 80 era verdadeiramente escasa. Esta tese puxo o punto de partida dunha escola de Inferencia Estatística non Paramétrica que comezou a base de tecer unha rede de colaboracións e contactos fundamentalmente internacionais e de asistir aos congresos e reunións máis punteiros do momento. Excepcional é crear unha escola sen tradición académica anterior, con financiación escasa e que, 40 anos despois, ten merecida sona internacional e que, case que tódolos profesores das universidades galegas na área de Estatística son fillos ou netos científicos de Wenceslao. O seu abano de intereses científicos é tamén impresionante: estimación de curvas, modelización de series temporais, análise de datos espaciais, métodos *bootstrap*, análise de supervivencia, áreas pequenas, datos funcionais, contrastes de bondade de axuste, estimación de conxuntos ou métodos de alta dimensión traballados tanto dende a parte teórica como aplicada, que nunca quixo desequilibrar como tamén dá conta o excepcional número de proxectos de transferencia e a súa relevancia. Tampouco esqueceu contribuír á área sendo editor xefe da revista Test durante 5 anos ou editor asociado ou invitado en moitas revistas do JCR, ou sendo revisor de distintas axencias de calidade de investigación e docencia tanto en España como en Portugal ou a súa pertenza ao Consello Galego de Estatística dende o ano 2009. Excepcional volve ser que ningunha dimensión da Estatística (investigación, docencia, xestión) lle é allea e en todas destacou ou o exemplo constante de amabilidade, paciencia, entusiasmo e xenerosidade científica que acompaña o seu trato con estudantes, colegas ou mesmo con calquera que o precise.

Hoxe celebramos entusiastas o recoñecemento dos méritos de Wenceslao, o noso xigante pioneiro como na cita de Isaac Newton: "se puiden ver máis lonxe, foi porque subín a ombreiros de xigantes" (que agora é o lema do Google académico), non só porque nos animou a subir aos seus ombreiros e nos acompañou na viaxe, senón tamén porque se fixo xigante no tempo onde escaseaban as alturas para ver máis aló.

Deamos a Benvida aos cambios nas probas de acceso á Universidade (PAU 2025)

por Covadonga Rodríguez-Moldes Rey

As probas de acceso á universidade son capaces de mobilizar un país enteiro, como sucede na China ou Singapur. Sen chegar a eses extremos, todo o relacionado con estas probas esperta o interese da sociedade e convértense en novas de actualidade e isto é o que está a acontecer en España este curso. A posta en marcha da LOMLOE, que promovía cambios importantes na educación e nas probas de acceso á universidade, viuse alterada, como moitas outras cousas, pola irrupción da COVID no ano 2020. Desde ese ano ata o ano actual, 2024, as probas de acceso á universidade, chamadas ABAU en Galicia, rexéronse por unhas normas que este ano deben cambiar. O primeiro cambio será o nome, agora chamaranse PAU 2025, Proba de avaliación de bacharelato para o Acceso á Universidade. Outro cambio moi importante este ano, será a introdución do deseño competencial. As persoas coordinadoras deberán configurar os exames de cada materia asegurando que entre un 20 % e un 25 % das tarefas respondan a un deseño competencial de carácter obrigatorio, isto significa que nunha proba de 10 puntos haberá unha pregunta competencial obrigatoria para todo o alumnado, valorada entre 2 e 2,5 puntos. Preténdese que estas preguntas de carácter competencial vexan incrementado o seu peso nas PAU en anos sucesivos.

Pero, que é unha actividade ou tarefa competencial?, para dar resposta a isto podemos acudir, por exemplo, ao P*royecto GAPpisa. Hacia una evaluación competencial, formativa e inclusiva.*[1] Segundo esta guía, estas son algunhas das características que debería ter:

- Debería propoñer unha situación suficientemente contextualizada.
- Debería conter actividades auténticas, isto é: reais, relevantes (o alumnado debe ver a practicidade ou funcionalidade) e socializadoras.
- Os formatos dos enunciados poden ser heteroxéneos (gráficos, textos diversos...)

Con vistas á convocatoria das PAU 2025, en Galicia deuse pronto un paso adiante, pois desde o mes de setembro xa se poden consultar na web da CIUG diversos documentos para cada materia obxecto da proba, como o programa, a estrutura e a puntuación da mesma, e incluso un modelo de exame por materia. Ademais, no momento de redactar esta colaboración coñécese a información de que está a piques de aparecer na web e probablemente xa estea dispoñible cando este boletín se publique, un documento con problemas de carácter máis competencial do bloque de estatística e probabilidade, así como as solucións dos exercicios dos modelos de exame.

Analizaremos os cambios centrándonos nas dúas materias relacionadas coas matemáticas dos bacharelatos de Ciencias e Tecnoloxía, e de Humanidades e Ciencias Sociais[2], que son Matemáticas II e Matemáticas Aplicadas ás Ciencias Sociais II.

A persoa encargada pola CIUG de coordinar estas dúas materias é moi querida da SGAPEIO, da que foi Vicepresidente e Secretario Xeral, e deste boletín, INFORMEST, do que foi director durante nove anos. Trátase do Dr. José Mª Alonso Meijide, Catedrático do Departamento de Estatística, Análise Matemática e Optimización da Universidade de Santiago de Compostela.

Toda a información sobre as probas PAU 2025 nas materias Matemáticas II e Matemáticas Aplicadas ás CC SS II que aquí aparece provén da documentación que está na web da CIUG xa antes mencionada.

Matemáticas II

Os contidos obxecto de exame non presentan variacións significativas con respecto aos de anos anteriores. A materia divídese en catro partes: Estatística e Probabilidade, Números e Álxebra, Análise e Xeometría. En canto á estrutura e puntuación da proba, hai cambios importantes:

- Consta de 4 preguntas, unha de cada parte do programa. Cada pregunta terá unha puntuación máxima de 2,5 puntos.
- A pregunta 1 corresponderá ao bloque de Estatística e Probabilidade e consistirá nun exercicio obrigatorio de carácter máis competencial, isto é, deberá resolverse para obter a puntuación máxima da proba.
- As preguntas 2 (de Números e Álxebra), 3 (de Análise) e 4 (de Xeometría) constarán cada unha delas de dúas opcións e haberá que escoller unha. Estas preguntas terán enunciados similares aos de anos anteriores.

[1] https://sintedi.wixsite.com/proyectogappisa/, do equipo SINTEdi de investigadores, asesores e formadores, coordinados polo Dr Carles Monereo da Universitat Autónoma de Barcelona e formado por Antoni Badia, Eva Liesa, Esperanza Mejías Mecías e Núria Suñé i Soler.

[2] Decreto 157/2022 de ordenación e currículo do bacharelato en Galicia (DOG 26 de setembro)

PROBA PAU 2025	PROBA ABAU (de 2020 a 2024)
• Unha pregunta de cada parte do programa valorada con 2,5 puntos. • A pregunta primeira é competencial, obrigatoria da parte de Estatística e Probabilidade. • Nas preguntas 2 (Números e Álxebra), 3 (Análise) e 4 (Xeometría) hai dúas opcións das que hai que escoller unha.	• Oito preguntas, dúas de cada parte do programa, valorada cada unha con 2 puntos. • Para obter 10 puntos había que responder un máximo de 5 preguntas, combinadas como se quixera.
Para obter a máxima puntuación será necesario responder ben a contidos dos catro bloques.	Para obter a máxima puntuación podía non reponderse ás preguntas dun dos catro bloques da materia.

Táboa 2: Comparativa da PROBA PAU 2025 e a ABAU para Matemáticas II

Neste enlace pódese ver o modelo que se propón da pregunta 1, obrigatoria e de carácter máis competencial, que corresponde ao bloque de Estatística e Probabilidade:

É importante ter en conta que a materia obxecto de estudo en Matemáticas II é moi ampla: En Estatística e Probabilidade temos, entre outros, os seguintes contidos:

- Operacións con sucesos. Leis de De Morgan. Axiomática de Kolmogorov. Técnicas de reconto: diagramas en árbore, táboas de continxencia.
- Regra de Laplace. Probabilidade condicionada e independencia de sucesos. Aplicación dos teoremas de probabilidade total e da fórmula de Bayes.
- Distribución binomial. Distribución normal. Aproximación da binomial pola normal.

En Álxebra atopámonos con:

- Matrices. Determinantes. Rango dunha matriz. Cálculo do rango dunha matriz ata dimensión 4x4 utilizando o método de Gauss ou determinantes. Cálculo de rangos de matrices dependentes dun parámetro ata dimensión 4x4.
- Inversa dunha matriz, cálculo da inversa (se existe).
- Resolucións de ecuacións e sistemas matriciais. Resolución de problemas que poidan ser representados por sistemas matriciais interpretando os resultados obtidos. Clasificación e resolución de sistemas de ecuacións lineais con non máis de tres incógnitas e que dependan dun parámetro.

En Análise temos:

- Límite dunha función nun punto, límites laterais. Continuidade dunha función nun intervalo. Teorema de Bolzano.
- Ecuacións da recta tanxente e normal á gráfica dunha función nun punto.
- Relación entre continuidade e derivabilidade dunha función nun punto.
- Monotonía e cálculo de extremos e puntos de inflexión.
- Función derivada. Teoremas de Rolle e do valor medio. Regra de L'Hôpital.
- Resolución problemas usando os conceptos de límite, de derivada e os teoremas relacionados. Resolver problemas de optimización.
- Primitivas dunha función. Cálculo de integrais por cambios de variable sinxelos, usando integración por partes e integrais de funcións racionais con raíces reais simples e múltiples no denominador.
- Integral definida, propiedades de linealidade.
- Teorema do valor medio do cálculo integral, teorema fundamental do cálculo integral. Regra de Barrow.
- Debuxo e cálculo de áreas de rexións planas limitadas por rectas e curvas sinxelas.

E, por último, en Xeometría:

- Vectores, operacións con vectores, dependencia lineal, base do espazo tridimensional.
- Produtos escalar e vectorial de dous vectores. Produto mixto de tres vectores. Propiedades e aplicación ao cálculo de áreas de triángulos, paralelogramos e volumes de paralelepípedos.
- Ecuacións da recta e do plano. Problemas de incidencia e paralelismo. Ecuacións de rectas e planos en diferentes situacións. Posicións relativas de rectas e planos.
- Resolución de problemas métricos, angulares e de perpendicularidade (distancias entre puntos, rectas e/ou planos, ángulos entre rectas e/ou planos)

Este amplo programa resulta moi complicado de desenvolver de setembro a maio. Se a isto lle engadimos a novidade dun exercicio de carácter máis competencial e a presión da PAU, enténdese que, a pesares de que é unha materia moi interesante e bonita, haxa profesores e profesoras que non teñan especial interese en impartila. Para o alumnado tamén é unha materia moi esixente, con moitos coñecementos e destrezas novas a adquirir, e pensa que este ano vai ser moito máis difícil acadar unha boa nota.

O feito de ter que dominar toda a materia, enfrontarse a un exercicio de carácter máis competencial, (que adoita ser de lectura lenta e coidadosa), ademais de ler outros seis problemas para resolver tres, pode resultar excesivo para unha proba de 90 minutos.

Matemáticas aplicadas ás Ciencias Sociais II

Os contidos obxecto de exame tampouco presentan variacións significativas con respecto aos de anos anteriores. A materia divídese en tres partes: Estatística e Probabilidade, Álxebra e Análise.

Os cambios na estrutura e puntuación da proba son os seguintes:

- Constará de 4 preguntas, dúas de Estatística e Probabilidade, unha de Álxebra e outra de Análise. Cada pregunta terá unha puntuación máxima de 2,5 puntos.
- A pregunta 1 corresponderá ao bloque de Estatística e Probabilidade e constará dun exercicio obrigatorio de carácter máis competencial, isto é, deberá resolverse para obter a puntuación máxima da proba.
- As preguntas 2 (de Álxebra), 3 (de Análise) e 4 (de Estatística e Probabilidade) conterán cada unha delas dúas opcións e haberá que escoller unha. Estas preguntas terán enunciados similares aos de anos anteriores.

Neste enlace móstrase o modelo que se propón da pregunta 1, competencial e obrigatoria, do bloque de Estatística e Probabilidade.

Tamén repasamos os contidos desta materia:

En Álxebra destacan as matrices, sistemas lineais e programación lineal. Deben expresarse en linguaxe alxébrica problemas de ámbito cotiá (sobre todo de tipo económico e social), para dar solución a ditas preguntas interpretando as solucións en termos do enunciado. En Análise deben desenvolver os procedementos máis comúns para o cálculo de límites e derivadas, usando as ideas básicas e a terminoloxía da Análise Matemática. Tamén deben coñecer como estudar as propiedades locais e globais das funcións extraídas de fenómenos aplicados ás Ciencias Sociais. Teñen que resolver problemas de optimización extraídos de contextos socioeconómicos coa axuda do cálculo diferencial. O cálculo de áreas de recintos planos limitados por curvas polinómicas e rectas usando o calculo integral tamén é obxecto de estudo. Por último no bloque de Estatística e Probabilidade temos todo o relacionado co estudo de sucesos dun experimento estocástico e o cálculo de probabilidades que non precisen técnicas específicas de combinatoria. Tamén o estudo das distribucións binomial e normal e á aproximación da binomial pola normal, a utilización das distribucións mostrais (da media e da proporción) para realizar cálculos de probabilidades en diferentes contextos. Para rematar a obtención de intervalos de confianza para a media e para proporción, e a resolución problemas relacionados co erro, nivel de confianza e tamaño mostral.

PROBA PAU 2025	PROBA ABAU (de 2020 a 2024)
• Catro preguntas, dúas de Estatística e Probabilidade, unha de Álxebra e unha de Análise valorada cada unha con 2,5 puntos. • A pregunta primeira é competencial, obrigatoria da parte de Estatística e Probabilidade. • Nas preguntas 2 (Álxebra), 3 (Análise) e 4 (Estatística e Probabilidade) hai dúas opcións das que hai que escoller unha. Son de enunciados similares aos de anos anteriores.	• O exame constaba de 6 preguntas, dúas de cada bloque de contidos e todas coa mesma valoración máxima (3,33 puntos). • Para obter 10 puntos había que responder un máximo de 3 preguntas, combinadas como se quixera.
Para obter a máxima puntuación será necesario responder ben a contidos dos tres bloques.	Para obter a máxima puntuación podía non responderse ás preguntas dun dos tres bloques da materia.

Táboa 3: Comparativa da PROBA PAU 2025 e a ABAU para Matemáticas aplicadas ás Ciencias Sociais

Comentario final

En Galicia a CIUG informou xa no mes de setembro dos cambios das probas de acceso á universidade 2025, sendo a primeira comunidade de España que o fixo. Pouco a pouco, as restantes comunidades están facendo públicas as súas propostas e, a pesar do desexo inicial de unificación da estrutura e contidos das probas, non parece que se estea a cumprir. Haberá que esperar a que aparezan todas as propostas para poder comparar. O que si é certo é que a Estatística e a Probabilidade en Galicia xa non é esa parte da materia que ás veces non se estudaba en Matemáticas II, e o alumnado terá que dedicarse con forza e interese á Análise en Matemáticas Aplicadas II.

Novidades na información estatística publicada

Enquisa estrutural a fogares. Coñecemento e uso do galego

A Enquisa estrutural a fogares (EEF) é unha actividade estatística anual dirixida aos fogares galegos co obxecto de obter información sobre as súas características socioeconómicas. Consta de dúas partes: unha primeira de carácter xeral que se repite todos os anos, deseñada para recoller información sobre variables básicas, e unha segunda de carácter específico. No ano 2023 un dos módulos específicos está dedicado ao coñecemento e uso da lingua galega. Neste módulo analízanse, entre outras cousas, o grao de coñecemento do idioma galego nas súas distintas formas (oral e escrito) e o seu uso en distintos ámbitos sociais. En 2023 o 24,37 % da poboación de Galicia fala sempre en galego. Esta porcentaxe é inferior á rexistrada hai 5 anos en 6,2 puntos. A porcentaxe de poboación que fala máis galego que castelán aumentou 0,14 puntos respecto ao ano 2018 ata situarse no 21,86 %; tamén aumentou a porcentaxe dos que falan máis castelán que galego: 23,32 % en 2018 e 24,11 % en 2023. Con todo, a categoría que máis subiu entre 2018 e 2023 foi a das persoas que falan en castelán sempre, situándose no 29,66 % dos e das residentes en Galicia, 5,26 puntos porcentuais máis que en 2018. + info

Carga de poboación estacional dos concellos de Galicia

O Instituto Galego de Estatística (IGE) publica a actividade estatística Carga de poboación estacional dos concellos de Galicia, cuxo obxectivo é cuantificar a poboación que soportan os concellos en cada trimestre do ano. A estimación da carga de poboación concíbese como unha estatística de síntese que aproveita as fontes estatísticas existentes sobre a poboación residente e as persoas que se desprazan por motivos de turismo, estancias en segundas vivendas, estudos, traballo e problemas de saúde. No avance dos datos de 2023 inclúense datos de pernoctacións en albergues privados, non incluídos en anos anteriores (ata 2022 unicamente se incluían datos de pernoctacións en albergues públicos). O saldo poboacional entre os non residentes que entran e os residentes que saen mide a diferenza entre a poboación presente e a poboación residente. Galicia ten un saldo poboacional positivo en todos os trimestres desde o 2011. En todos os trimestres de 2022 aparecen as sete grandes cidades entre os concellos con maiores saldos poboacionais. No primeiro trimestre os dez concellos con maiores saldos poboacionais complétanse con Porriño, Bergondo e Mos. Do segundo ao cuarto trimestre do ano 2022 Sanxenxo ocupa o lugar de Bergondo entre os dez concellos con maior saldo. No segundo e no cuarto trimestre o concello de San Cibrao das Viñas completa os dez con maior saldo no lugar de Mos, mentras que no terceiro trimestre son os concellos costeiros de O Grove e Foz os que, xunto con Sanxenxo, completan os 10 concellos con maior saldo poboacional. + info

Mostra continua de vidas laborais

A Mostra continua de vidas laborais (MCVL) é un conxunto de microdatos anonimizados procedentes de diversos rexistros administrativos: da Seguridade Social, do Padrón municipal de habitantes e da Axencia Tributaria. A MCVL constitúe unha mostra representativa de todas as persoas que durante o ano tiveron relación coa Seguridade Social, ben porque estiveron afiliadas en situación de alta laboral, ben porque percibiron unha prestación contributiva ou subsidio por desemprego, ou ben porque percibiron algún tipo de pensión contributiva da Seguridade Social. Durante o ano 2022, 1.191.975 galegos e galegas en idade laboral (de 16 ou máis anos) mantiveron algunha relación de afiliación en alta laboral coa Seguridade Social, un 1,8 % máis que no ano 2021. O 2,7 % destes afiliados e afiliadas traballou menos de un mes en todo o ano 2022, o 10,3 % entre un mes e seis meses, o 19,6 % traballou seis ou máis meses pero sen chegar ao ano completo e, finalmente, o 67,4 % restante fíxoo durante todo 2022. + info

Convenios

- En xullo de 2014 firmouse o convenio de cooperacion educativa entre a Universidade de Vigo e o IGE para realizar prácticas académicas externas curriculares non remuneradas por parte do estudantado.

- En outubro de 2024 firmouse o convenio de cooperación educativa entre a Universidade da Coruña, a Universidade de Santiago de Compostela, a Universidade de Vigo e o IGE para realizar prácticas académicas externas do estudantado de todos os mestrados interuniversitarios do Sistema Universitario de Galicia.

Traballos defendidos no SUG

Traballos Fin de Máster

Predición de anomalías en series temporais multivariantes

Martina Basdediós Tilve
Director: José Antonio Vilar Fernández
Titor: José Jorge García Romarís (ABANCA)
USC. Modalidade prácticas

A predición de anomalías en series temporais multivariantes é un tema que goza de gran relevancia na actualidade, especialmente en sectores industriais e tecnolóxicos, nos que é crucial identificar comportamentos anómalos que permitan anticipar problemas nos sistemas monitorizados. Neste traballo, abórdase a tarefa de detectar anomalías en distintas series históricas da infraestrutura tecnolóxica de ABANCA, co obxectivo de intentar anticipar as caídas da aplicación Banca Móvil. En primeiro lugar, faise unha revisión teórica da metodoloxía e os modelos existentes para a detección de anomalías en series temporais multivariantes. A continuación, descríbense as distintas series históricas de datos relacionados con Banca Móvil que se van considerar, explicando como foron recompiladas. Finalmente, preséntanse os resultados obtidos para os modelos seleccionados e as conclusións que se poden extraer a partir do estudo realizado.

Estudo probabilístico de derivas a terra de obxectos no océano

Daniela Gómez González
Director: Alberto Rodríguez Casal
Titor: David Chaves Diéguez (Marine Instruments)
USC. Modalidade prácticas

No mundo da pesca resulta de especial interese saber de antemán onde situar obxectos á deriva asegurando que non van acabar en terra. Cada vez son máis os mariñeiros que inclúen no seu día a día ferramentas tecnolóxicas que lles faciliten os seus labores de pesca. Marine Instruments é unha empresa líder neste sector, centrada na fabricación de boias satelitais para a pesca do atún. É por iso que resulta de grande interese saber onde colocar estes obxectos para que non acaben varados na costa. Coñecidas as posibles rutas que poden tomar, pódense crear mapas de probabilidade que permitan, mediante unha ollada, coñecer as mellores zonas para colocar obxectos no mar. Neste traballo úsanse técnicas estatísticas de datos espaciais, como o *krging*, para estimar as probabilidades de que estes obxectos acaben encallados na costa.

Deseño e desenvolvemento dunha aplicación web interactiva para a análise de datos de adestramento de alta intensidade

Cristian Marques Corrales
Directora: Marta Sestelo Pérez
Titor: Jonathan Riveiro Álvarez (Centro Suma)
UVigo. Modalidade prácticas

Este traballo céntrase no deseño, desenvolvemento e despregamento dunha aplicación web para o Centro Suma que permita ao usuario final a visualización dos resultados do seu adestramento e a estimación da súa forza máxima. O Centro Suma componse dun grupo de profesionais con formación en distintas especialidades como psicoloxía, fisioterapia, adestramento e nutrición. Neste traballo, colaborouse co departamento de adestramento coa misión de lograr dous obxectivos: crear unha plataforma mediante R e Shiny, capaz de autenticar os usuarios e mostrar de forma interactiva a evolución do seu rendemento deportivo; axustar modelos de aprendizaxe automática, como o bosque aleatorio e o modelo aditivo xeneralizado, que permitan unha correcta estimación da forza máxima (RM).

Sistema de alertas para unha cadea de subministro

Antón Quintela Ferreiro
Directores: Jose Ameijeiras Alonso e Paula Saavedra Nieves
Titor: Belén María Fernández De Castro (INDITEX)
USC. Modalidade prácticas

Un dos principais puntos fortes de INDITEX é a súa cadea de subministración. A compañía traballa cun amplo abano de provedores, con fábricas en localizacións moi diversas, o que implica a necesidade de coordinar tanto diferentes estratexias de fabricación e transporte, como os tempos de tránsito ata os centros de distribución.

Neste contexto, calquera anomalía nos pedidos esperados por parte dos provedores ten un grande impacto no desempeño das vendas. O obxectivo desta análise é detectar patróns de comportamento nas entregas de pedidos que nos permitan anticipar as posibles anomalías, co fin de xerar alertas que permitan tomar accións e mitigar os seus efectos adversos.

Efectos mixtos en análise de supervivencia: unha revisión dos modelos de fraxilidade

Tomé Rodríguez Rodríguez
Directora: María del Carmen Iglesias Pérez
UVigo. Modalidade académica

Neste traballo preséntanse e explícanse os modelos de fraxilidade en análise de supervivencia centrándose na súa versión máis popular, os modelos de fraxilidade compartida, incluíndo unha descrición xeral destes, as diferentes distribucións propostas para o seu axuste, os distintos métodos de estimación e a implementación destes en R. Despois dunha revisión da literatura sobre os métodos de diagnóstico para estes modelos, proponse un test de heteroxeneidade e un test de bondade de axuste usando probabilidades de supervivencia aleatorizadas normalizadas. A continuación, estúdase a súa validez empírica cun estudo de simulación e unha aplicación a datos reais, amosando resultados bastante satisfactorios.

Traballos Fin de Grao

Reformulacións en problemas de programación non linear enteira mixta

Sergio Álvarez Pérez
Titores: Julio González Díaz e Iria Rodríguez Acevedo
Titulación: Grao en Matemáticas. USC

Neste traballo estúdase unha clase de reformulacións de problemas de programación polinómica, baseada no concepto de grafo de linearización. En primeiro lugar preséntase a base teórica destas reformulacións, ideadas orixinalmente para problemas de optimización polinómica con variables binarias. En segundo lugar esténdense os resultados en torno a estas reformulacións ao contexto máis xeral de problemas de optimización polinómica mixtos, con variables binarias e non binarias (tanto enteiras coma continuas). Por último, preséntanse os resultados numéricos obtidos ao adaptar estas reformulacións para a súa inclusión en RAPOSa, un software de optimización desenvolvido por investigadores do CITMAga. Os resultados obtidos indican que nalgúns casos as reformulacións poden chegar a reducir o tempo necesario para atopar a solución aos problemas.

Optimización de problemas con ecuacións diferenciais alxébricas

Iago Comesaña Soliño
Titor: Ángel Manuel González Rueda
Titulación: Grao en Matemáticas. USC

A optimización de problemas con restricións de tipo diferencial descríbese a través dos coñecidos como problemas de control óptimo, obxecto de estudo do traballo. Así pois, alén dunha presentación dos sistemas de ecuacións diferenciais e alxébricas, introdúcese esta clase de problemas. Apórtanse comentarios e interpretacións sobre a súa definición e lévase a cabo unha breve discusión teórica, na que se enuncia o principio do máximo de Pontryagin, resultado de grande importancia nesta área que significa unha primeira forma de atopar unha solución. A continuación, expóñense os métodos directos de resolución máis coñecidos, que se basean nunha discretización do problema orixinal, dando lugar a un de programación non linear atacable con ferramentas habituais de optimización como a programación cuadrática secuencial. Ademais, estes métodos compleméntanse con dous algoritmos iterativos de refinamento da malla para mellorar o erro da aproximación discreta obtida. Para finalizar, resólvense exemplos mediante un código orixinal implementado en MATLAB.

Os problemas DEA e as súas aplicacións

Lucía Escudero Sartages
Titor: Alejandro Saavedra Nieves
Titulación: Grao en Matemáticas. USC

A eficiencia dos aeroportos españois durante o ano 2022 foi analizada empregando os modelos DEA (*Data Envelopment Analysis*), que permiten avaliar a eficiencia relativa dos aeroportos, identificando aqueles que mellor optimizan os seus recursos.

Tamén se exploran os aspectos de cooperación entre os aeroportos mediante os valores de Owen e Shapley, procedentes da teoría de xogos, co obxectivo de estudar sinerxías e melloras colaborativas. Os resultados proporcionan unha visión detallada sobre a eficiencia operativa e a posición competitiva dos aeroportos no contexto nacional. Ademais, esta análise ofrece información relevante tanto para investigadores como para profesionais do sector, ao suxerir estratexias que axuden a identificar áreas de mellora nas operacións aeroportuarias e a incrementar a competitividade.

Aprendizaxe estatística para a selección de algoritmos en problemas de optimización

Antonio Fariña Elorza
Titores: Julio González Díaz e Ignacio Gómez Casares
Titulación: Grao en Matemáticas. USC

Hoxe en día numerosos problemas modelízanse mediante a programación matemática. Co obxectivo de resolver estes problemas existe unha serie de optimizadores que obteñen a solución de xeito eficiente, sendo a escolla dun ou outro condicionante no rendemento deste proceso. É por isto que neste traballo empregaranse técnicas de aprendizaxe estatística para predicir o optimizador global que mellor funciona dado un problema de programación matemática non linear. Antes de nada, explicarase un método de resolución de problemas de programación linear enteira e a súa adaptación ao caso non linear, onde aparecerán certas dificultades. Posteriormente, presentarase o problema de aprendizaxe estatística e dúas técnicas que permiten axustar un modelo e crear predicións, cos seus respectivos resultados.

Problemas de fluxo a coste mínimo: algoritmos e aplicacións

Sheila Ferreiro Rama
Titoras: Balbina V. Casas Méndez e Laura Davila Pena
Titulación: Grao en Matemáticas. USC

Os problemas de fluxo a custo mínimo son problemas de optimización usados para modelar e resolver problemas minimizando custos e satisfacendo as restricións de fluxo. O algoritmo *out-of-kilter* é utilizado na resolución de problemas de fluxo en redes a custo mínimo e trata de optimizar o fluxo a través dunha rede cumprindo certas restricións. Traballa con dobre viabilidade, movéndose en problemas primais e duais co obxectivo de alcanzar unha solución óptima factible e intentando cumprir a propiedade da folgura complementaria. Unha aplicación destes problemas na que se utilizou AMPL e o solver GUROBI é a optimización de citas para recibir quimioterapia para pacientes con cancro, na que se intenta alcanzar unha forma óptima de citar aos pacientes para recibir o tratamento e coa cal o tempo de espera sexa o máis reducido posible.

Unha introdución aos modelos aditivos xeneralizados

Mariña García Ponte
Titoras: Rosa A. Crujeiras Casais e María Vidal García
Titulación: Grao en Matemáticas. USC

Os modelos aditivos xeneralizados representan unha ferramenta moi útil na análise de datos pola súa capacidade para modelar relacións non lineais entre variables. Neste traballo, faise unha revisión dos modelos de regresión lineais, expoñendo as súas limitacións e a necesidade de empregar métodos máis flexibles. Os modelos aditivos xeneralizados introducen funcións suaves para modelar as relacións entre a variable resposta e as explicativas. Preséntase a súa formulación e examínanse os principais métodos de estimación mediante splines. Estes resultados ilústranse mediante unha aplicación destes modelos a unha base de datos reais sobre o cancro de mama, buscando predicir a probabilidade de que un tumor sexa maligno en base a características de tamaño, forma e textura dos seus núcleos celulares. Este exemplo permite ilustrar as súas vantaxes nun contexto real, onde a capacidade de adaptación a patróns non lineais é esencial para obter resultados precisos e útiles.

Métodos de Clasificación e Ensamblado de Clasificadores en Aprendizaxe Supervisado

Antón Gómez López
Titoras: Beatriz Pateiro López e Iria Rodríguez Acevedo
Titulación: Grao en Matemáticas. USC

A finais do século XX, aos métodos de clasificación tradicionais sumáronse os primeiros métodos de ensamblado, cuxo obxectivo é combinar as predicións de varios modelos base para obter un modelo final máis preciso e robusto. A elección do método de combinación das saídas dos clasificadores base é clave no deseño dun *ensemble*. Estes métodos divídense en dous tipos: aqueles que combinan predicións discretas e os que manexan valores continuos. Algúns, como o voto por maioría, son sinxelos, mentres que outros requiren o axuste de parámetros adicionais, chegando a actuar como clasificadores por si mesmos. Ademais do método de combinación, outros aspectos clave no deseño dun *ensemble* son a cantidade de clasificadores base, o tipo de clasificadores elixidos e as características dos datos que emprega cada un, factores que contribúen a garantir a diversidade e mellorar o rendemento do modelo final.

A curva ROC e as súas aplicacións en Biomedicina

María Noya Suárez
Titora: M. Isabel Borrajo García
Titulación: Grao en Matemáticas. USC

A curva ROC é unha ferramenta estatística moi estendida no eido da Biomedicina que permite avaliar a eficacia dunha proba diagnóstica para distinguir entre as/os enfermas/os e as/os sas/sans, isto é, estuda a capacidade dunha variable para detectar a presenza dunha enfermidade. A capacidade discriminatoria dunha proba está suxeita a un valor denominado limiar, que permite clasificar a unha/un doente segundo se o resultado supera ou non ese valor. Neste traballo formalizamos os conceptos elementais para a definición da curva ROC e xustificamos as súas propiedades máis relevantes. Presentamos, ademais, medidas resumo que posibilitan cuantificar a eficiencia clasificatoria das probas diagnósticas e comparalas. Tamén detallamos varios métodos de selección do limiar e revisamos tanto métodos paramétricos como non paramétricos para estimar a curva. Finalmente, ilustramos estes conceptos e técnicas estatísticas mediante dúas bases de datos, sobre a anemia ferropénica e a insuficiencia cardíaca. Ao longo do traballo empregamos o software R.

Teorema minimax, optimización e aprendizaxe

Noelia Otero Gondar
Titora: Balbina V. Casas Méndez
Titulación: Grao en Matemáticas. USC

En 2024 cúmprense 80 anos da aparición do libro *Theory of Games and Economic Behavior* de von Neumann e Morgenstern e 96 da publicación por John von Neumann do teorema minimax. No traballo incorpóranse algúns dos antecedentes históricos da teoría de xogos e a traxectoria de John von Neumann. O fundamental son os xogos matriciais e a súa resolución. Preséntase unha demostración formal e directa do teorema minimax. Posteriormente móstranse aplicacións de técnicas de optimización para resolver un xogo matricial, tanto na súa forma clásica, facendo uso do teorema de dualidade de programación lineal, como no caso no cal a función de pago sexa de tipo vectorial amosando unha aplicación a un problema da vida real empregando librarías de optimización da linguaxe R de programación. Por último, móstrase o método de aprendizaxe proposto por George W. Brown, cuxa converxencia foi demostrada por Julia Robinson e vense experimentos que o ilustran.

Introdución á programación multiobxectivo

Jorge Rial Fondo
Titor: Ángel Manuel González Rueda
Titulación: Grao en Matemáticas. USC

A optimización multiobxectivo emprégase para atopar as mellores solucións factibles aos problemas de programación matemática que dispoñan de máis dunha función obxectivo. Isto fai que non sexa posible aplicar a maioría dos métodos usuais de resolución de problemas de optimización cun só obxectivo, ao non haber unha orde total entre os vectores en $\mathbb{R}^n$. Ante este problema, establecemos unhas solucións preferidas, baseadas na eficiencia de Pareto. Estes puntos eficientes son aqueles nos que non exista outro punto factible tal que mellore a solución para calquera das compoñentes que o conforman. Baixo esta noción, existen varios métodos que satisfán a súa procura, os cales están circunscritos a diferentes condicións: linearidade das restricións do problema, convexidade da función obxectivo e das proxeccións do conxunto factible,... Tamén queremos entón recompilalos, explicalos detalladamente, e mostrar o seu funcionamento mediante a linguaxe de programación R.

Técnicas de aprendizaxe estatística de clasificación e regresión: estudio do algoritmo Adaboost e aplicacións

Mauro Vázquez Chas
Titores: Beatriz Pateiro López e Brais González Rodríguez
Titulación: Grao en Matemáticas. USC

Este traballo introduce a aprendizaxe estatística, centrándose nos algoritmos de *boosting*. Explícanse os conceptos fundamentais e os modelos de aprendizaxe que sustentan o *boosting*. Como exemplo, preséntase o *Boost-by-majority*, un dos primeiros algoritmos de *boosting*, para ilustrar os seus principios e entender mellor o Adaboost, que é o principal foco do estudo. Analízanse en detalle os esquemas do Adaboost, como axusta o peso das observacións e exemplifícanse as súas aplicacións. Así mesmo, afóndase na teoría que o sustenta, destacando o seu comportamento en termos de erro de adestramento e xeneralización. Tamén se xustifíca a súa resistencia ao sobreaxuste mediante a Teoría de Márxes e preséntase o Adaboost como un algoritmo de optimización sobre unha función de perda exponencial. Finalmente, ofrécese unha implementación propia en Python, comparándoa coa de SKLearn e con outros algoritmos destacados da aprendizaxe automática.

Se dirixes/titorizas traballos académicos no eido da Estatística e da Investigación de Operacións e queres que se publique o seu resumo no informest, contacta connosco.

Coñecendo unha socia: Ana Pérez González

Ana Pérez González é Profesora Titular no Departamento de Estatística e Investigación Operativa da Universidade de Vigo dende o ano 2000. É doutora en Estatística e Investigación Operativa pola Universidade de Santiago de Compostela (2003). As súas liñas de Investigación sitúanse no campo da Estatística Non Paramétrica: Estimación con datos faltantes, Contrastes de Hipótesis, Regresión Cuantil, Estimación Robusta, etc. É investigadora vinculada ao CITMAga e membro do grupo SiDOR da Universidade de Vigo.

Descríbenos o teu traballo

Son profesora no Departamento de Estatística e Investigación Operativa da UVigo. Imparto docencia en distintas titulacións do Campus de Ourense; como o Grao en Administración de Empresas, Grao en Turismo, Grao en Enxeñaría Informática, etc. Tamén son docente no Mestrado de Técnicas Estatísticas, co-organizado polas tres universidades galegas.

O meu labor de investigación está relacionada coa estatística non paramétrica. Durante moito tempo estudiei os efectos dos datos ausentes (os chamados "datos *missing*") no axuste e nos contrastes de bondade de axuste. Concretamente en modelos de regresión en media, regresión cuantil, regresión modal, etc. Nos últimos tempos estou traballando con datos composicionais.

Cantos anos levas traballando en estatística?

As primeiras clases que dei foron no 1999 cubrindo unha baixa no Campus de Vigo. Pero foi en marzo do ano 2000 cando empecei traballar no Campus de Ourense e alí me quedei. Xa falta pouco para chegar aos 25 anos!

Dende cando es socio da SGAPEIO?

A verdade é que non lembro a data na que me fixen socia pero sei que foi ao pouco de rematar a carreira.

Cal foi o teu 1º Congreso da SGAPEIO?

O primeiro congreso ao que asistín foi o de Vigo en 1995. Gardo moi bos recordos dese primeiro congreso porque aínda era estudante de 5º curso da Licenciatura de Matemáticas. Foramos un grupo de compañeiros e a todos nos sorprendeu ese 1º congreso.

O tema do teu próximo proxecto ou artigo?

Levo uns meses traballando con datos composicionais dende diferentes puntos de vista. Son un tipo de datos que pola súa natureza, a suma é un valor constante, a intuición ou interpretabilidade cambia substancialmente. Cambian as métricas, as distancias, as distribucións, etc. Por todo iso, a estatística multivariante que coñecemos, tanto paramétrica como non parametricamente, non se pode aplicar directamente. No tempo que levo estudando este tipo de datos, puiden comprobar que hai moitos exemplos na vida real, como a composición química dun material ou unha rocha, nos que as observacións seguen esta estrutura.

Un curso que che gustaría facer?

Se tivese tempo gustaríame facer moitos, non só dende o punto de vista académico, senón tamén algún que me permita descubrir "enredos" para ocupar o tempo libre, que non é moito.

Que libro de estatística ou I.O. recomendarías?

Como estou traballando con datos composicionais recomendaría o libro *Modelling and Analysis of Compositional Data* para unha comprensión deste tipo de datos. Pero dada a época de importancia da Intelixencia Artificial nas nosas vidas, interésanme moito os libros que tratan o uso da IA e a Estatística. Teño pendente de ler o libro *Artificial Intelligence: A Modern Approach*.

Se non traballases no ámbito da estatística ou da I.O., que che gustaría ser?

Gústame moito dar clase. Así que se non fose estatística gustaríame seguir sendo docente.

Se oes "estatística", que é o primeiro que che vén á cabeza?

A palabra datos e seguidamente a modelización. Buscar os modelos que mellor responden ás cuestións propostas con eses datos, e posteriormente atopar os métodos estatísticos para estimalos, é un camiño que implica reto, aventura e ás veces moita incertidume pero dende logo que é moi interesante.

Que é o que máis valoras do labor da SGAPEIO?

O seu labor de difusión. Valoro moitísimo iniciativas como as Incubadoras de Sondaxes e Experimentos que logran atraer a rapaces de instituto ao ámbito da Estatística e IO. Outra cousa que valoro é que é unha sociedade de amantes da Estatística e I.O. pero GALEGOS!!!

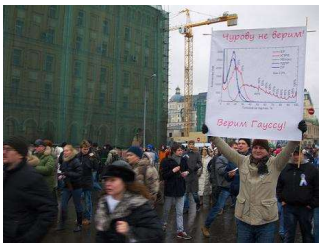
En que cres que deberiamos mellorar?

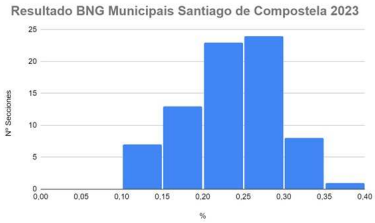
Eu non sei se cambiaría nada da SGAPEIO. Creo que funciona moi ben e se acaso incrementaría a súa imaxe nos medios de comunicación e nas redes sociais. Aínda que nese aspecto recoñezo a miña parte de culpa. Ás veces, algúns de nós somos os que non queremos aparecer publicamente en nada e preferimos seguir traballando no noso recuncho.

Rusia saiu a protestar cunha campá de Gauss

por Paula Blanco Mosquera

En 2011 celebráronse eleccións lexislativas en Rusia nas que o gañador oficial foi, cun 49.30 % dos votos, o partido Rusia Unida (EP) de Vladimir Putin, que era o primeiro ministro nese momento (xa fora presidente por dúas lexislaturas e a constitución impedíalle volver selo). As sospeitas de fraude no reconto dos votos fixeron que os países occidentais estiveran a piques de non recoñecer os resultados. Houbo protestas multitudinarias nas rúas nas que se capturou a imaxe da dereita.





Motivo: en todas as eleccións democráticas, en todos os países do mundo, con calquera partido político, se representamos no eixe horizontal as porcentaxes de votos que obtén un partido e no eixe vertical o número de colexios electorais no que isto sucede, aparece a campá de Gauss. Por exemplo, se represento os datos que acadou o BNG nas 76 seccións nas eleccións municipais de 2023 de Santiago de Compostela, o resultado veríase coma na imaxe da esquerda.

Na pancarta vemos varias campás de Gauss xunto con outra liña que claramente non o é. Esta liña representa os resultados acadados polo partido de Putin, Rusia Unida.

Se nos axudamos de Google e traducimos o texto da pancarta veremos que di:

"Non confiamos en Churov. Cremos en Gauss!"

Churov era o presidente do Comité Electoral e sempre foi acusado de ser responsable do pucheirazo electoral do 2011. E é que a estatística non mentía, e houbo estudos matemáticos que o demostraron, pero occidente decidiu mirar cara a outro lado. No ano 2012 Putin volveu ser elixido presidente, no 2018 tamén e no 2024 tamén. E como agora os mandatos son de 6 anos (a Constitución niso e noutros temas electorais reformouse á súa medida) seguirá así ata o 2030. Os líderes da oposición: exiliados, no cárcere, ...

---

informest é unha publicación cuadrimestral da SGAPEIO. Podes atopar os números anteriores xa publicados en www.sgapeio.es/, no apartado PUBLICACIÓNS.

Se queres participar cun artigo de divulgación para a sección "Colaboracións" ou cunha curiosidade estatística para o "Sabías que?", contacta con nós no correo boletin@sgapeio.es onde te informaremos das normas de edición.

Equipo editorial:
María Gómez Rúa e Alejandro Saavedra Nieves.
Leticia Lorenzo Picado, María Martín Vila,
Mª Dolores Rico Ramos, Covadonga Rodríguez-Moldes Rey, Olga Simón Cruz,
César Andrés Sánchez Sellero,
Javier Tarrío Saavedra e Antonio Vidal Vidal.

Revisión lingüística:
Trinidad Pazos Celis.

Coa colaboración de:
Balbina V. Casas Méndez, Paula Soto Rodríguez, Miguel Á. Mirás Calvo, Estela Sánchez Rodríguez, Manuel Febrero Bande, Esther López Vizcaíno, Ana Pérez González, Paula Blanco Mosquera

#SGAPEIO
Sociedade Galega para a Promoción da Estatística e da Investigación de Operacións

Depósito Legal: LU-191-1995 - I.S.S.N.:1695-7083